

Exercicio 1:

Cálculo de vigas principais de forxado

Curso de construcción en madeira 2007

CÁLCULO DE VIGAS DE FORJADO

Cálculo de las vigas principales de la estructura de forjado partiendo de los datos que se enuncian a continuación:

Luz de cálculo: 6 m

Distancia entre ejes: 1,50 m

Clase resistente: C24 (propiedades según SE-M Tabla E.1)

Carga permanente:

Peso material:

Falso techo y aislamiento acústico: 0,063 kN/m²

Tablero aglomerado de 21 mm de espesor: 0,156 kN/m²

Aislamiento poliuretano expandido alta densidad de 30 mm: 0,012 kN/m²

Tablero aglomerado hidrófugo 21 mm: 0,156 kN/m²

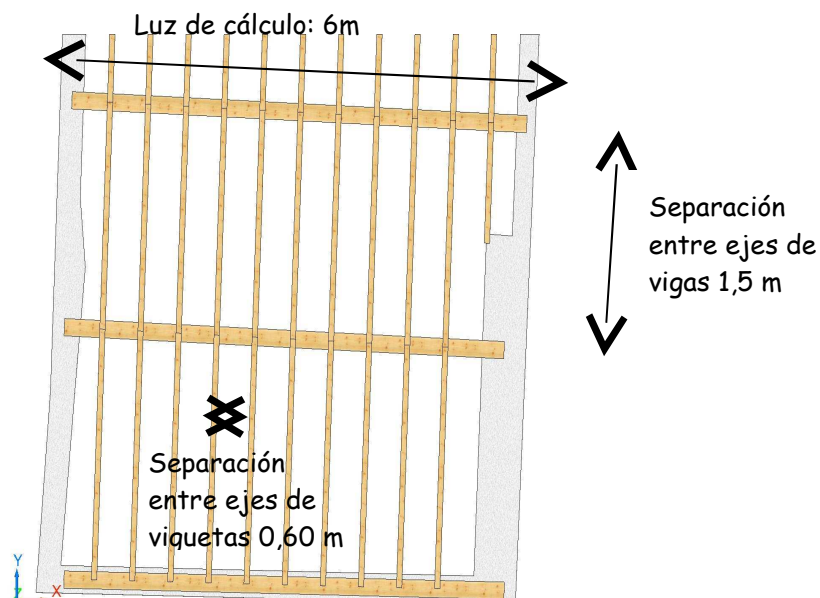
Tarima de madera y rastrel: 0,40 kN/m²

Peso tabiquería: 1 kN/m²

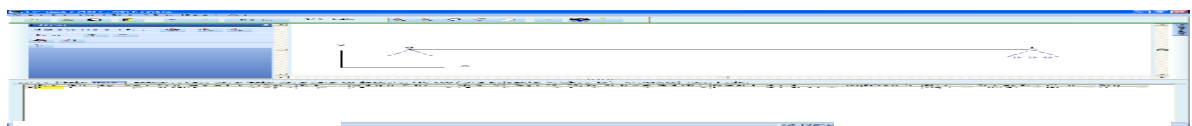
Sobre las vigas de 0,20x0,32 m se colocan viguetas dimensionadas con una sección de 0,12 x 0,08 m, de clase resistente C24 colocadas cada 60 cm. La longitud de las viguetas será la distancia entre apoyos: 1,5 m. Para el dimensionamiento de estas viguetas se ha supuesto que se encuentran protegidas frente a fuego.

Uso residencial vivienda con altura de evacuación inferior a 15 m

Estructura interior: Clase de Servicio 1



Esquema para cálculo de viga de forjado biapoyada.



Nudo 0:
articulación fija.

Nudo 1: articulación en
deslizadera según eje x

1. HIPÓTESIS DE CÁLCULO

Hipótesis 1: Cargas permanentes. Duración permanente.

Hipótesis 2: Sobrecarga de uso (carga uniforme). Duración: media.

CARGAS PERMANENTES

H1: Cargas permanentes

- Peso material de cubierta:

Falso techo y aislamiento acústico: $0,063 \text{ kN/m}^2$

Tablero aglomerado de 21 mm de espesor: $0,156 \text{ kN/m}^2$

Aislamiento poliestireno expandido alta densidad de 30 mm: $0,012 \text{ kN/m}^2$

Tablero aglomerado hidrófugo 21 mm: $0,156 \text{ kN/m}^2$

Tarima de madera y rastrel: $0,40 \text{ kN/m}^2$

- Peso tabiquería: 1 kN/m^2

- Peso propio de las viguetas de $0,12 \times 0,08 \text{ m}$ de clase resistente C24 (420 kg/m^3) con un intereje de $0,60 \text{ m}$:

$$0,12 \cdot 0,08 \cdot 420 = 4,032 \text{ kg/m}$$

$$4,032 / 0,60 = 6,72 \text{ kg/m}^2 = 0,0672 \text{ kN/m}^2$$

- Peso propio vigas $0,20 \times 0,32 \text{ m}$ de clase resistente C24 (420 kg/m^3) con intereje de $1,50 \text{ m}$:

$$0,20 \cdot 0,32 \cdot 420 = 26,88 \text{ kg/m}$$

$$26,88 / 1,50 = 17,92 \text{ kg/m}^2 = 0,18 \text{ kN/m}^2$$

Total carga permanente: **$2,034 \text{ kN/m}^2$**

Para una separación entre ejes de vigas de $1,50 \text{ m}$:

$$q_p = 2,034 \cdot 1,50 = \mathbf{3,05 \text{ kN/m}}$$

CARGAS VARIABLES

H2: Sobrecarga de uso (carga uniforme) CTE (SE-AE Tabla 3.1)

Categoría A. Subcategoría A1.

Sobrecarga de uso en viviendas: **2 kN/m^2**

Para una separación entre ejes de vigas de $1,50 \text{ m}$:

$$q_v = 2 \cdot 1,50 = \mathbf{3 \text{ kN/m}}$$

2. COMBINACIONES DE HIPÓTESIS (SE Ecuación (4.3))

Combinación 1: $1,35 \cdot H1$

Combinación 2: $1,35 \cdot H1 + 1,50 \cdot H2$

3. CÁLCULO DE LA DEFORMACIÓN EN FORJADO DE 6m

(Todos los valores están referidos al eje fuerte de la sección, el eje y ya que todas las cargas actúan en la dirección del eje z).

Flecha debida a las acciones permanentes

Carga uniforme debida a acciones permanentes: $q_p = 3,05 \text{ kN/m}$

$$f_p = \frac{5}{384} \frac{q_p \cdot l^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \frac{3,05 \cdot 6^4}{11.000.000 \cdot 0,000546} = 0,0086 \text{ m}$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,20 \cdot 0,32^3}{12} = 0,000546 \text{ m}^4$$

Flecha debida a las acciones variables:

Carga uniforme debida a la sobrecarga de uso: $q_v = 3 \text{ kN/m}$

$$f_v = \frac{5}{384} \frac{q_v \cdot l^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \frac{3 \cdot 6^4}{11.000.000 \cdot 0,000546} = 0,0084 \text{ m}$$

W_1 : flecha de la viga debida a las acciones permanentes.

$$W_1 = f_p = 0,0086 \text{ m}$$

W_2 : flecha de la viga debida a los efectos de larga duración de las acciones permanentes.

$$W_2 = f_p \cdot k_{def} = 0,0086 \cdot 0,6 = 0,0052 \text{ m}$$

k_{def} : clase de servicio 1 y madera maciza (SE-M Tabla 5.1)

W_3 : flecha debida a las cargas variables.

$$W_3 = f_v = 0,0084 \text{ m}$$

W_{act} : flecha activa, deformación que considera la deformación causada por la fluencia de lo permanente (W_2) y la causada por las cargas variables (W_3).

$$W_{act} = W_2 + W_3 = 0,0052 + 0,0084 = 0,0136 \text{ m}$$

W_{max} : flecha máxima, deformación que considera la deformación debida a las cargas permanentes considerando su fluencia y la deformación debida a las cargas variables considerando su fluencia en combinación casi permanente (SE Ecuación (4.8))

$$W_{max} = f_p(1 + k_{def}) + f_v \psi_2(1 + k_{def}) = 0,0086 \cdot (1 + 0,6) + 0,0084 \cdot 0,3 \cdot (1 + 0,6) = 0,0178 \text{ m}$$

k_{def} : clase de servicio 1 y madera maciza (SE-M Tabla 5.1)

Limitaciones en cuanto a deformación establecidas en el CTE (SE 4.3.3).

Integridad: para la combinación de acciones característica considerando sólo las deformaciones que se producen después de la puesta en obra del elemento, la flecha relativa es menor que 1/300 (Resto de los casos).

$$W_{act} < L/300$$

$$W_{act} = 0,0136 \text{ m}$$

$$L/300 = 6/300 = 0,02 \text{ m}$$

$$0,0136 < 0,02 \longrightarrow \text{Cumple a integridad al 68 \% .}$$

Confort de los usuarios: para combinación de acciones característica, considerando solamente las acciones de corta duración, la flecha relativa, es menor que 1/350.

$$W_3 < L/350$$

$$W_3 = 0,0084 \text{ m}$$

$$L/350 = 6/350 = 0,017 \text{ m}$$

$$0,0084 < 0,017 \longrightarrow \text{Cumple confort de los usuarios al 49 \%}$$

Apariencia de la obra: para combinación de acciones casi permanente, la flecha relativa es menor que 1/300.

$$W_{max} < L/300$$

$$W_{max} = 0,0178$$

$$L/300 = 6/300 = 0,02 \text{ m}$$

$$0,0178 < 0,02 \longrightarrow \text{Cumple apariencia de la obra al 89 \% .}$$

4. COMPROBACIÓN FLEXIÓN SIMPLE

Comprobación a flexión simple según CTE (SE-M pg26).

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} \leq 1$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}}$$

$$\sigma_{m,crit} = 0,78 \cdot \frac{E_{0,05} \cdot b^2}{L_{ef} \cdot h} = 0,78 \cdot \frac{7.400 \cdot 200^2}{6.000 \cdot 320} = 120,25 \text{ N/mm}^2$$

$E_{0,05}$: tabla E1, SE - M pg115

b : anchura de la sección

h : altura de la sección

L_{ef} : longitud eficaz a vuelco lateral

$f_{m,k}$: tabla E1, SE - M pg115

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{24}{120,25}} = 0,45$$

$\lambda_{rel,m} < 0,75$ No es necesaria la comprobación a vuelco lateral

Tensión de cálculo a flexión :

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{W}$$

H1: Momento flector de cálculo cargas permanentes :

$$M_{dp} = \frac{q_p \cdot l^2}{8} = \frac{3.051 \cdot 6^2}{8} = 13.730 \text{ N}\cdot\text{m} = 13.730.000 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Momento flector de cálculo cargas variables :

H2: Carga uniforme :

$$M_{dv} = \frac{q_v \cdot l^2}{8} = \frac{3.000 \cdot 6^2}{8} = 13.500 \text{ N}\cdot\text{m} = 13.500.000 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{0,20 \cdot 0,32^2}{6} = 0,004133 \text{ m}^3 = 4.133.000 \text{ mm}^3$$

Combinación 1

$$1,35 \cdot H1 = 1,35 \cdot 13.730.000 = 18.535.500 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Tensión de cálculo a flexión :

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{18.535.500}{3.413.333} = 5,43 \text{ N/mm}^2$$

Resistencia de cálculo a flexión para forjados :

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{k_{sys} \cdot k_h \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,6 \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot 24}{1,3} = 11,07 \text{ N/mm}^2$$

k_{mod} : clase de servicio 1 y clase de duración de la carga permanente (SE - M_{pg6})

k_{sys} : factor de carga compartida.

k_h : toma valor de la unidad por ser la altura de la sección mayor que 150 mm.

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{5,43}{11,07} = 0,49 \leq 1$$

Combinación 2

$$1,35 \cdot H1 + 1,50 \cdot H2 = 1,35 \cdot 13.730.000 + 1,50 \cdot 13.500.000 = 38.785.500 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Tensión de cálculo a flexión :

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{38.785.500}{3.413.333} = 11,36 \text{ N/mm}^2$$

Resistencia de cálculo a flexión :

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{k_{sys} \cdot k_h \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot 24}{1,3} = 14,76 \text{ N/mm}^2$$

k_{mod} : clase de servicio 1 y clase de duración de la carga media.

k_{sys} : factor de carga compartida.

k_h : toma valor de la unidad por ser la altura de la sección mayor que 150 mm.

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{11,36}{14,76} = 0,769 \leq 1$$

Para la combinación más desfavorable, la combinación 2, el forjado trabaja a un 77 % de su capacidad a flexión.

5. COMPROBACIÓN CORTANTE

Comprobación a cortante según CTE (SE-M pg26).

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

τ_d : tensión de cálculo de cortante.

$f_{v,d}$: resistencia de cálculo a esfuerzo cortante.

Esfuerzo cortante debido a las cargas permanentes:

H1: Cargas permanentes

$$V_y = \frac{q_p \cdot l}{2} = \frac{3.050 \cdot 6}{2} = 9.150 \text{ N}$$

Esfuerzo cortante debido a las cargas variables:

H2: Carga uniforme:

$$V_y = \frac{q_v \cdot l}{2} = \frac{3.000 \cdot 6}{2} = 9.000 \text{ N}$$

Combinación 1.

$$V_{y,d} = 1,35 \cdot H1 = 1,35 \cdot 9.150 = 12.353 \text{ N}$$

Tensión de cálculo a cortante :

$$\tau_{y,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{y,d}}{b \cdot h} = 1,5 \cdot \frac{12.353}{200 \cdot 320} = 0,29 \text{ N/mm}^2$$

$V_{y,d}$: esfuerzo cortante

Resistencia de cálculo a esfuerzo cortante :

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,60 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,15 \text{ N/mm}^2$$

k_{mod} : clase de servicio 1, duración de la carga permanente (SE - M pg6)

$f_{v,k}$: Valor característico de la resistencia a cortante (SE - M pg115).

γ_M : coeficiente parcial de seguridad para la propiedad del material (SE - M pg6).

$$\frac{\tau_{y,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,29}{1,15} = 0,25 \leq 1$$

$\tau_{y,d}$: tensión de cálculo de cortante.

$f_{v,d}$: resistencia de cálculo a esfuerzo cortante.

Combinación 2.

$$V_{y,d} = 1,35 \cdot H1 + 1,50 \cdot H2 = 1,35 \cdot 9.151 + 1,50 \cdot 9.000 = 25.854 \text{ N}$$

Tensión de cálculo a cortante :

$$\tau_{y,d} = 1,5 \cdot \frac{V_{y,d}}{b \cdot h} = 1,5 \cdot \frac{25.854}{200 \cdot 320} = 0,61 \text{ N/mm}^2$$

$V_{y,d}$: esfuerzo cortante

Resistencia de cálculo a esfuerzo cortante :

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,80 \frac{2,5}{1,3} = 1,53 \text{ N/mm}^2$$

k_{mod} : clase de servicio 1, duración de la carga media (SE - M pg6)

$f_{v,k}$: Valor característico de la resistencia a cortante (SE - M pg115).

γ_M : coeficiente parcial de seguridad para la propiedad del material (SE - M pg6).

$$\frac{\tau_{y,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,61}{1,53} = 0,40 \leq 1$$

$\tau_{y,d}$: tensión de cálculo de cortante.

$f_{v,d}$: resistencia de cálculo a esfuerzo cortante.

Para la combinación más desfavorable, la combinación 2, el forjado trabaja a un 40 % de su capacidad a cortante.

6. COMPROBACIÓN A FUEGO

Comprobación a fuego de la estructura de forjado suponiendo que las vigas quedan expuestas al fuego en tres de sus caras.

Cálculo de la sección reducida.

Profundidad carbonizada nominal de cálculo:

$$d_{char,n} = \beta_n \cdot t = 0,80 \cdot 60 = 48 \text{ mm}$$

β_n : velocidad de carbonización nominal, madera maciza de conífera con densidad

característica $\geq 200 \text{ kg/m}^3$ (SI E7 - pg2) $= 55 \text{ mm}$

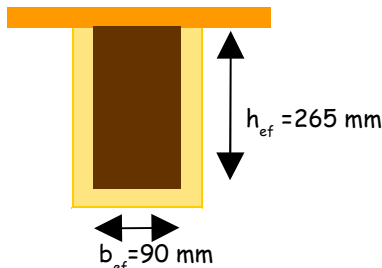
t : duración de exposición al fuego. Resistencia al fuego para residencial vivienda con altura de evacuación del edificio $< 15 \text{ m}$ (SI6 - pg2).

Profundidad eficaz de carbonización:

$$h_{ef} = h - d_{ef} = 320 - 55 = 265 \text{ mm}$$

$$b_{ef} = b - 2 \cdot d_{ef} = 200 - 2 \cdot 55 = 90 \text{ mm}$$

Sección reducida: 90 x 265 mm



6.1. Comprobación a flexión

Se realiza la comprobación para la combinación más desfavorable.

Combinación 2.

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1}$$

$$M_{y,d} = 13.730.000 + 0,50 \cdot 13.500.000 = 20.480.000 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$W_y = \frac{b_r \cdot h_r^2}{6} = \frac{90 \cdot 265^2}{6} = 1.053.375 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{20.480.000}{1.053.375} = 19,44 \text{ N/mm}^2$$

$$f_d = k_{mod,f} \cdot k_f \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} = 1,25 \cdot \frac{24}{1} = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{24 \cdot 5700 \cdot 265}{0,78 \cdot 1,25 \cdot 7400 \cdot 90^2}} = 0,788 \quad k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,788 = 0,969$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} = \frac{19,44}{0,969 \cdot 30} = 0,669 \leq 1$$

El forjado cumple a flexión y a cortante, garantizándose la resistencia de la estructura durante los 60 minutos exigidos.