



CURSO CONSTRUCCIÓN EN MADEIRA

Setembro - Outubro 2007

Título: *VIGAS MIXTAS* (20 de Octubre de 2007)

Ref. PRESENTACIÓN CURSO CIS MADERA 2007 OCT 18c.ppt

Ponente: JOSÉ L. FERNÁNDEZ CABO. Arquitecto.

Organismo: ETS de ARQUITECTURA de MADRID (ETSAM)

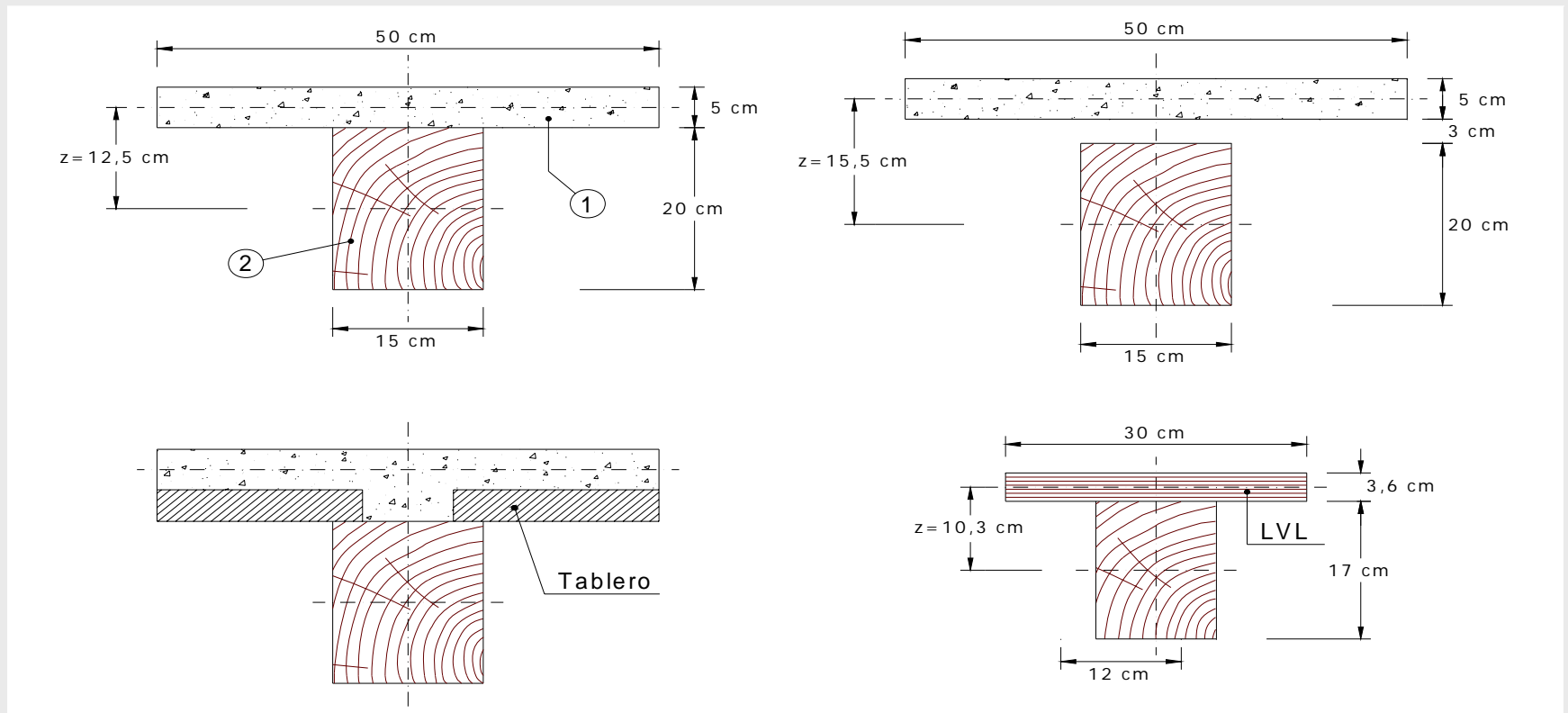
Universidad Politécnica de Madrid (UPM)

INDICE

- 1-La razón de ser de las mixtas. Evolución
- 2-¿Cuál es el margen de ganancia?
- 3- El límite inferior: la conexión nula
- 4- El límite superior: la conexión completa
- 5- El caso intermedio: el método gamma
- 6- Uso de tablas y programas
- 7- Referencias bibliográficas
- 8- Conclusiones

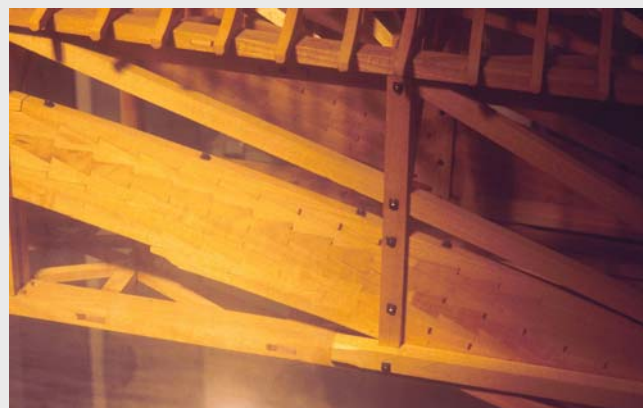
1-La razón de ser de las mixtas. Evolución

¿Qué es una viga mixta?



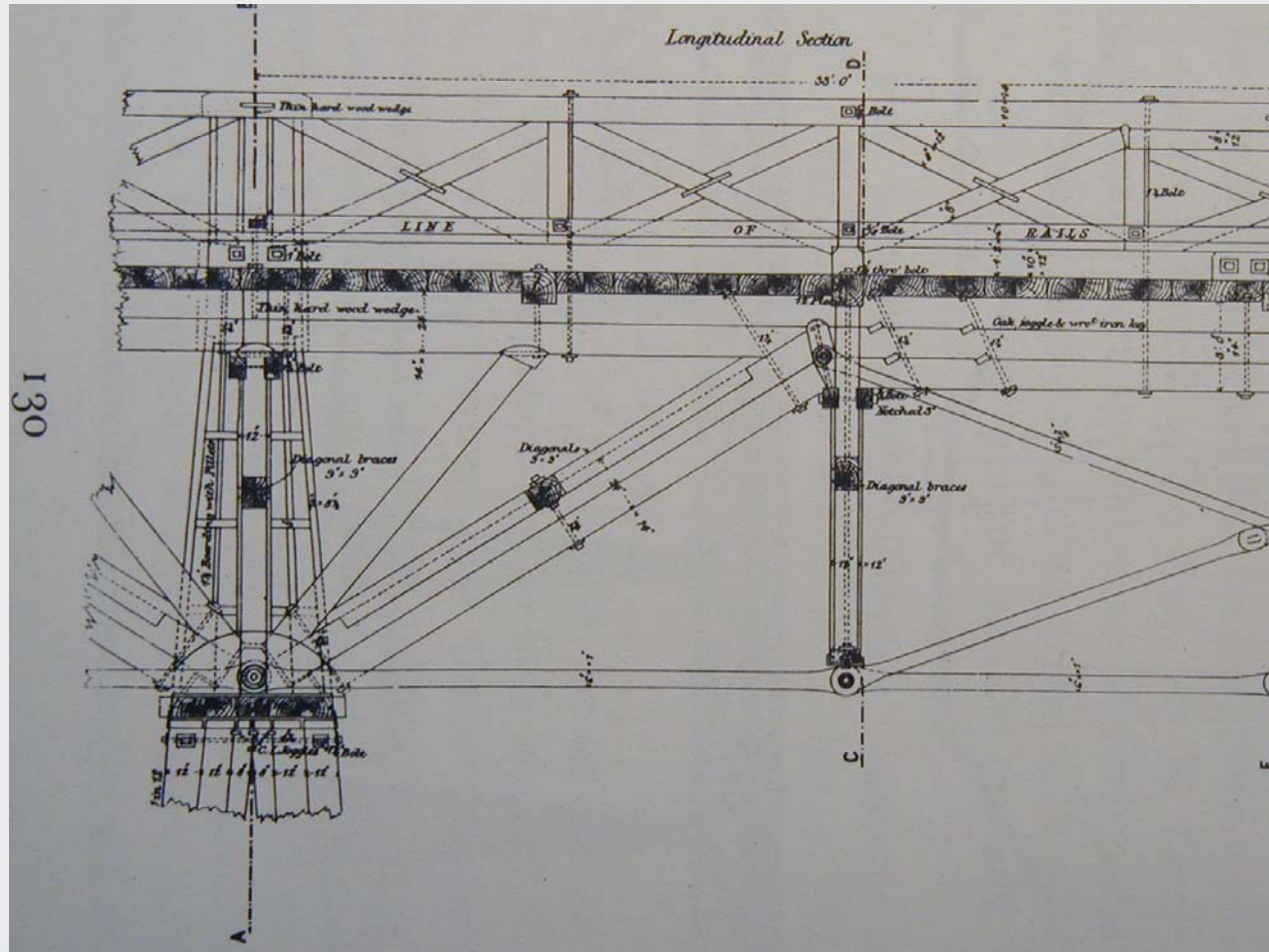
1-La razón de ser de las mixtas. Evolución

Soluciones históricas



1-La razón de ser de las mixtas. Evolución

Soluciones históricas



1-La razón de ser de las mixtas. Evolución

Soluciones actuales: CAMBIO DE VARIABLES

- a) el requisito acústico en uso colectivo
- b) el control de la vibración en uso colectivo
- c) el costo (-> rehabilitación: coste de sustitución)
- d) el valor histórico de armaduras existentes

El análisis anterior conduce la agrupación de *tres categorías con rasgos bien diferenciados:*

la obra nueva

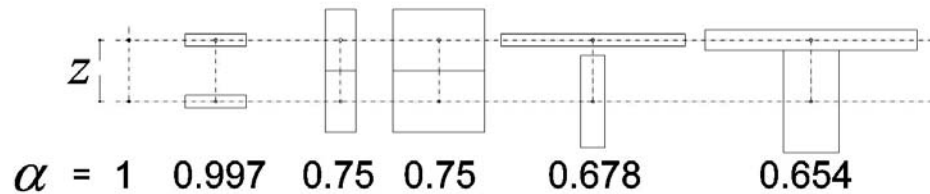
la rehabilitación

la restauración

2-¿Cuál es el margen de ganancia?

Ganancia máxima

$$\Delta\delta_{\max} = \frac{\delta_{OPT,\max}}{\delta_{Kunt=0,\max}} = \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)$$

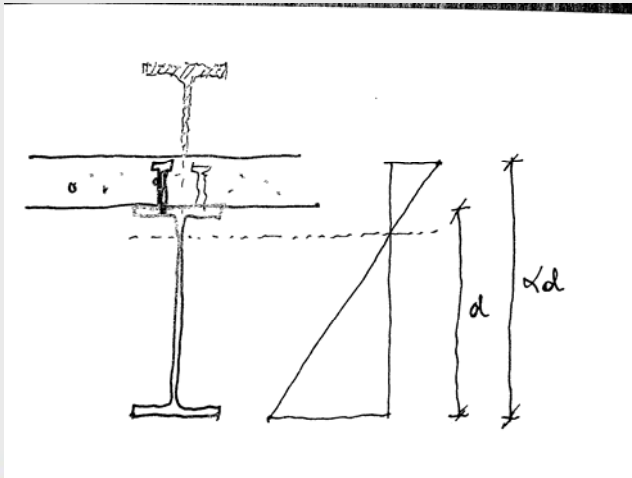


alfa

ganancia de inercia
según la forma

0,6 0,65 0,7 0,75 0,8

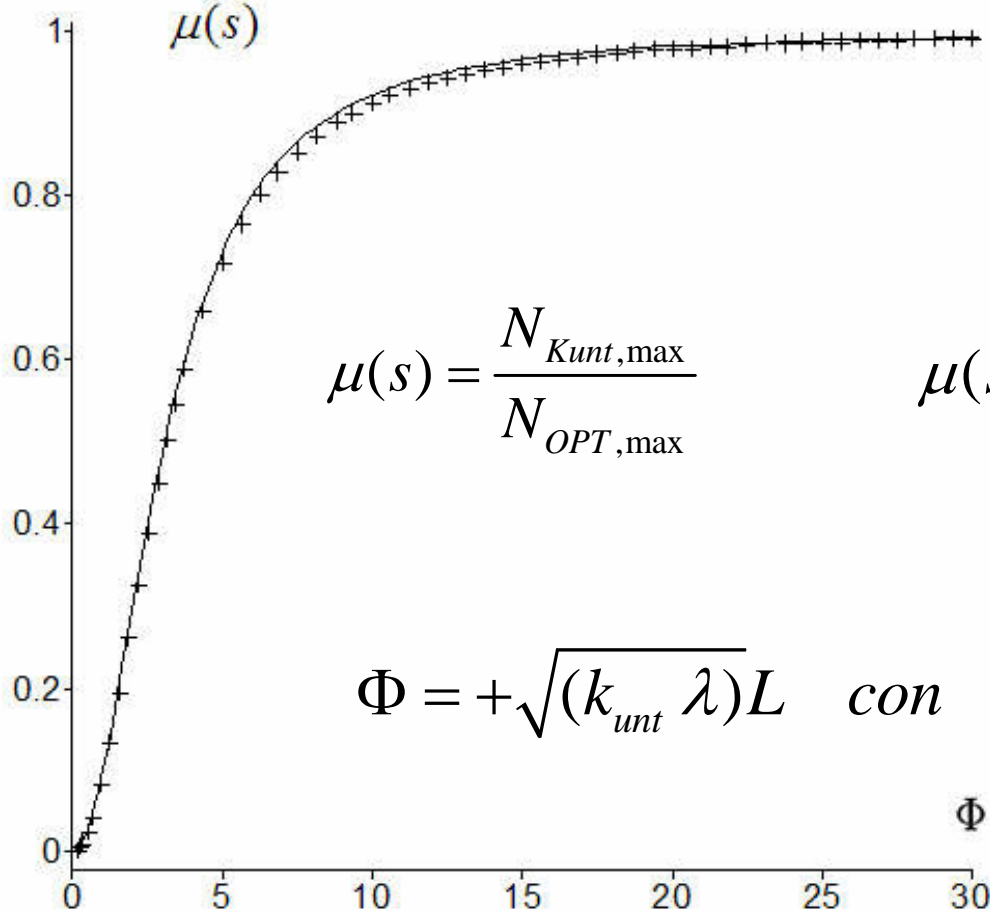
2,50 2,86 3,33 4,00 5,00



Ganancia extra debido
al sobredimensionado
de la capa de
compresión

2-¿Cuál es el margen de ganancia?

Ganancia a resistencia (y a rigidez si no se cambia de forma de sección) en función de la rigidez de la conexión



$$\mu(s) = \frac{N_{Kunt,max}}{N_{OPT,max}}$$

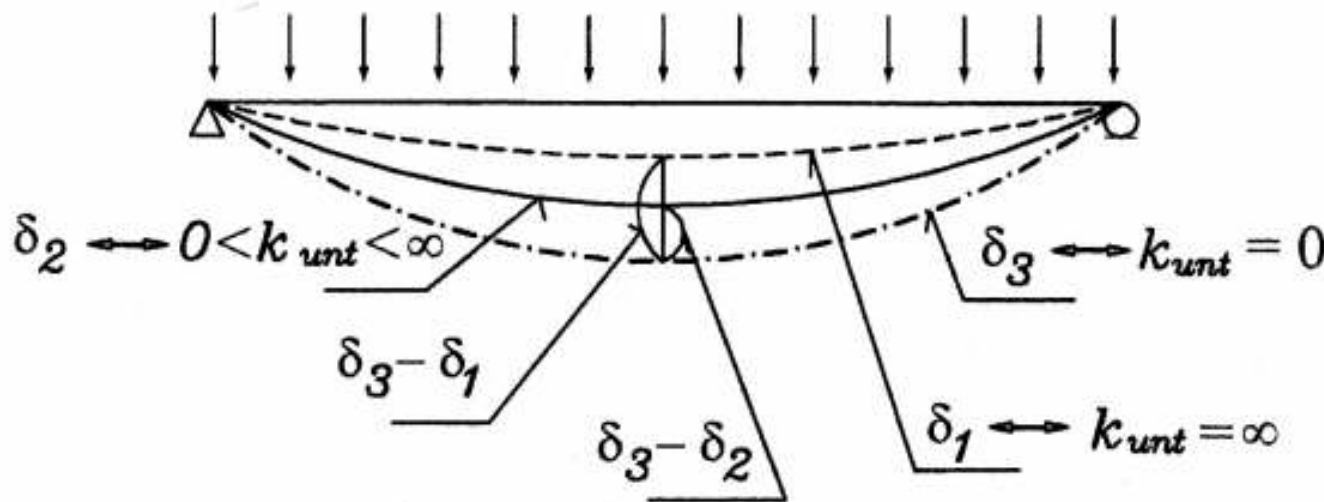
$$\mu(s) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi}{\Phi}\right)^2} = \mu_2(d) = \frac{\delta_3 - \delta_2}{\delta_3 - \delta_1}$$

$$\Phi = +\sqrt{(k_{unt} \lambda)L} \quad \text{con} \quad \lambda = \frac{EI_{max}}{EA \cdot EI_{min}} = \frac{1}{EA \cdot (1 - \alpha)}$$

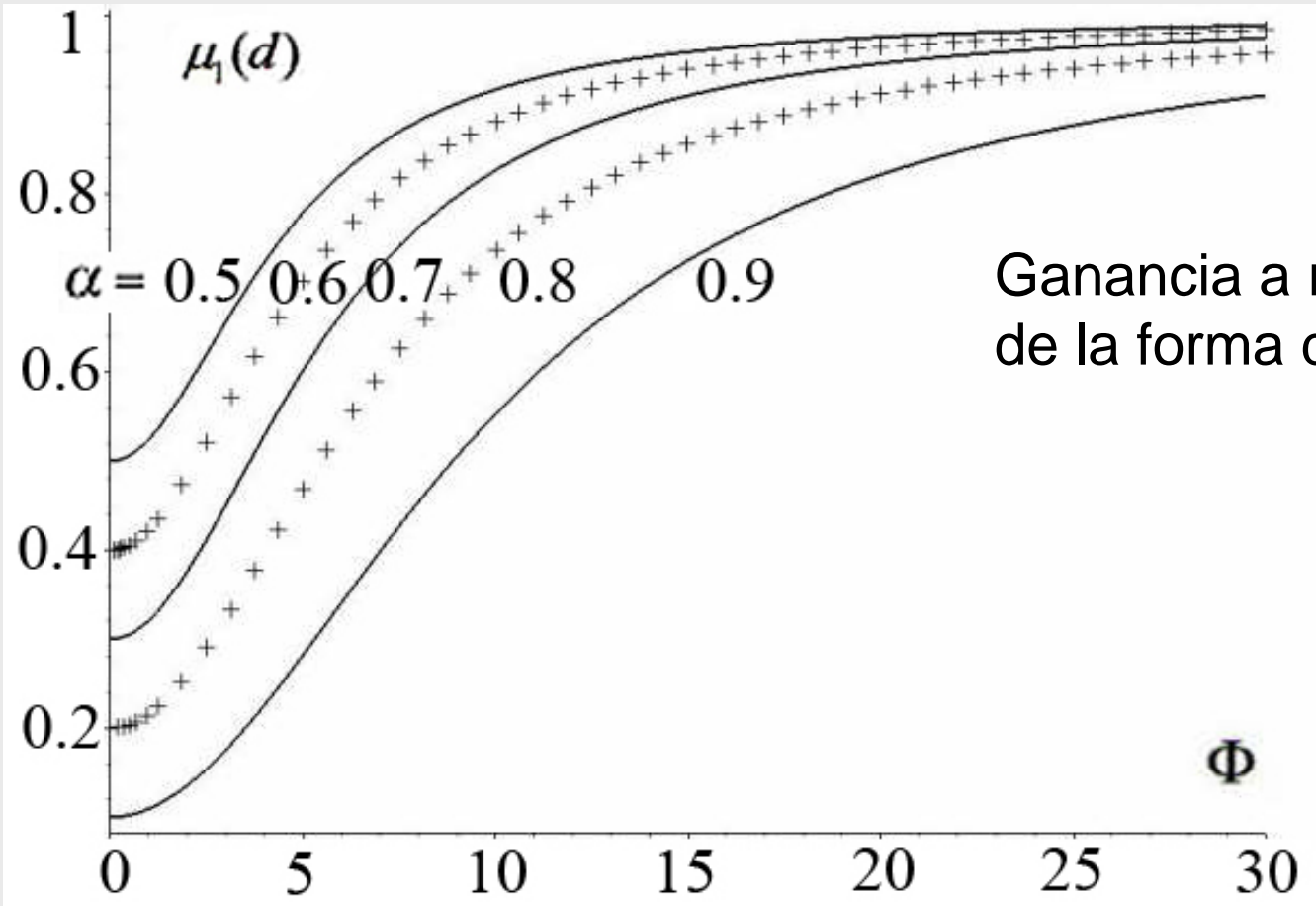
2-¿Cuál es el margen de ganancia?

$$\mu(s) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi}{\Phi}\right)^2} = \mu_2(d) = \frac{\delta_3 - \delta_2}{\delta_3 - \delta_1}$$

Ganancia a resistencia (y a rigidez si no se cambia de forma de sección) en función de la rigidez de la conexión



2-¿Cuál es el margen de ganancia?

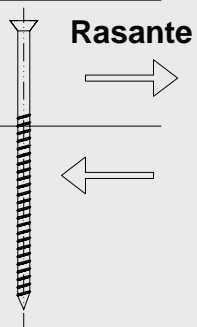


Ganancia a rigidez en función de la forma de la sección

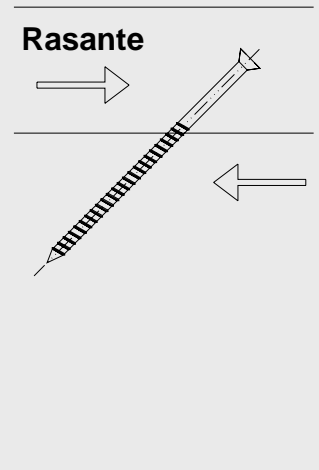
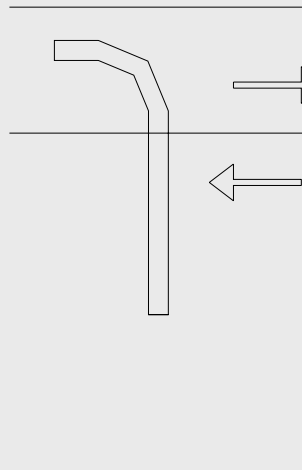
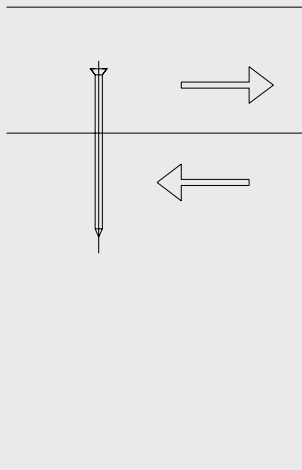
$$\mu(d) = \frac{\delta_{OPT, \max}}{\delta_{Kunt, \max}}$$

2-¿Cuál es el margen de ganancia?

A grandes rasgos, y en lo tocante a lo estructuras, los conectadores se pueden agrupar **sólo en dos tipos**

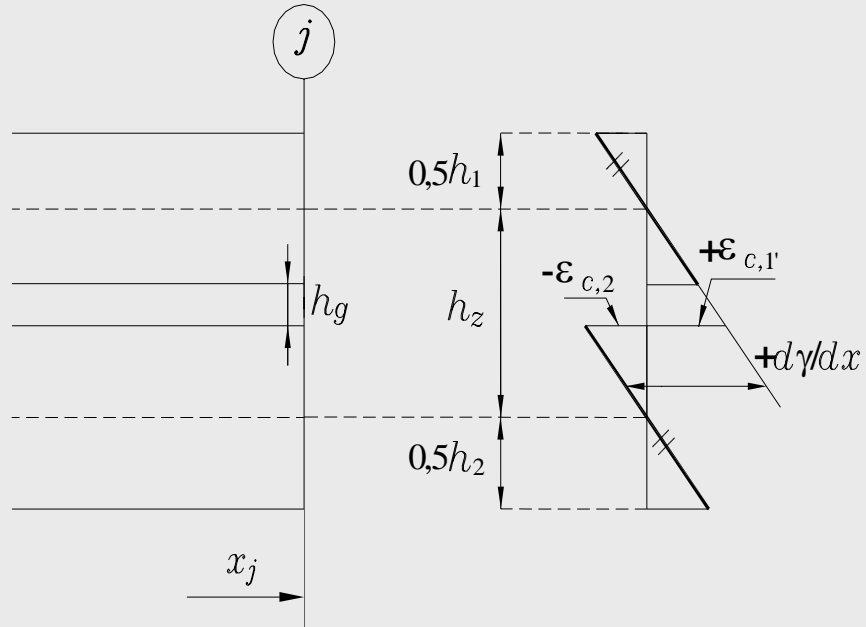
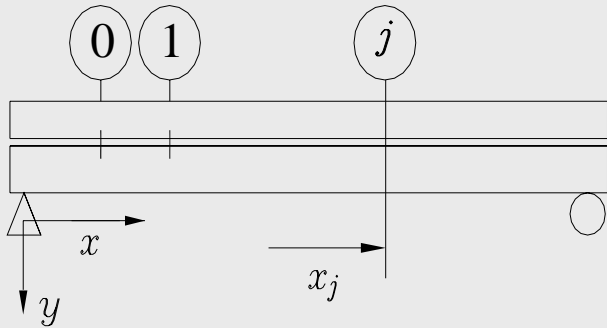


Conector vertical



Conector inclinado

3- El límite inferior: la conexión nula



$$m_1 + m_2 = M(x)$$

$$\frac{m_1}{E_1 I_1} = \frac{m_2}{E_2 I_2}$$

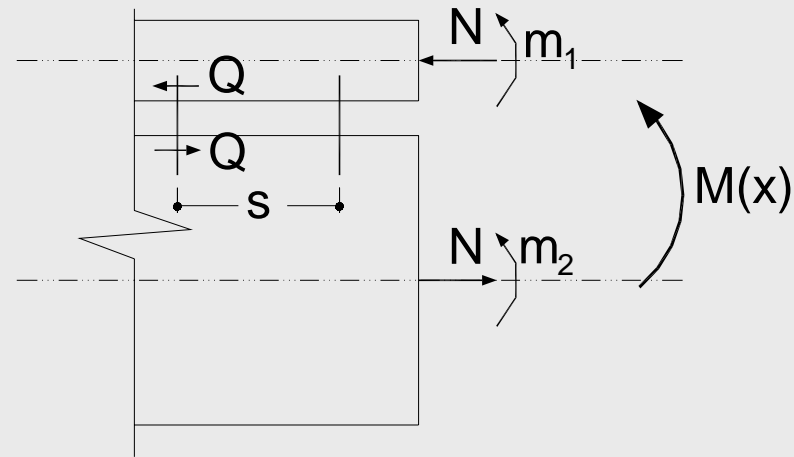
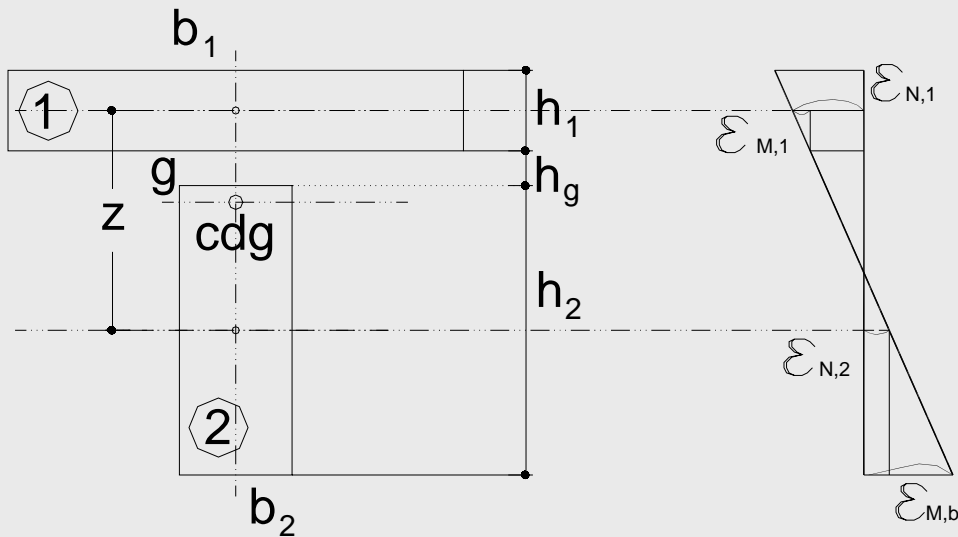
$$m_1 = \frac{E_1 I_1}{EI_{\min}} \cdot M(x) \quad m_2 = \frac{E_2 I_2}{EI_{\min}} \cdot M(x)$$

$$EI_{\min} = \Sigma EI = E_1 I_1 + E_2 I_2$$

$$\delta_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{EI_{\min}}$$

4- El límite superior: la conexión completa

Hipótesis de Navier-Bernoulli: ley plana de def. unitarias



Descomposición de esfuerzos

$$m_1 + m_2 + N \cdot z = M(x)$$

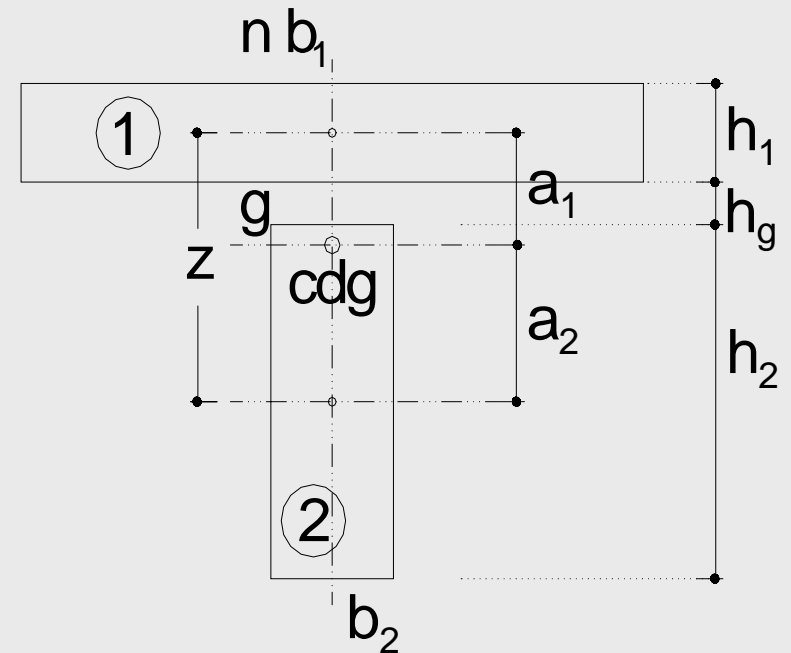
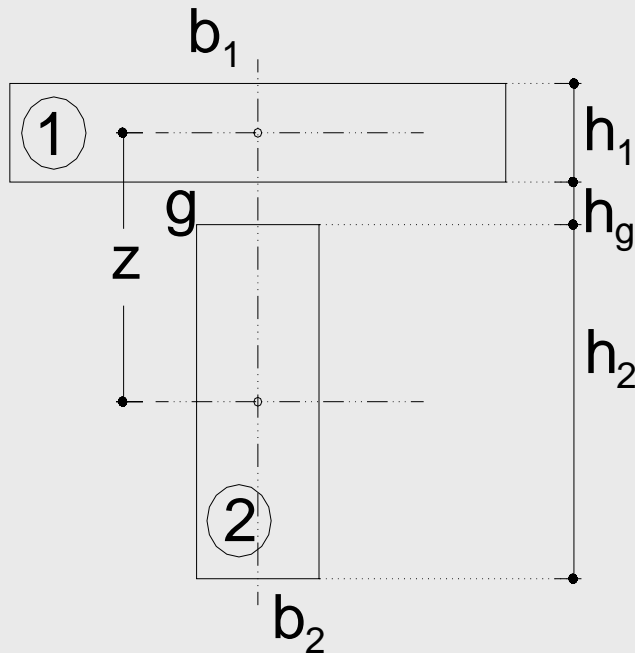
$$N = N_{\max}$$

4- El límite superior: la conexión completa

Sección **homogeneizada** -> ley plana de deformación -> compatibilidad de deformación

$$\sigma_1 = \frac{E_1}{E_2} \cdot \sigma_2 = n \cdot \sigma_2$$

$$n_1 = \frac{E_1}{E_2}$$



4- El límite superior: la conexión completa

Sección **homogeneizada** -> centro geométrico e inercia

$$h_1 \cdot b_1 \cdot \frac{E_1}{E_2} \cdot z = (h_1 \cdot b_1 \cdot \frac{E_1}{E_2} + h_2 \cdot b_2) \cdot a_2 \quad \rightarrow \quad A_1 \cdot \frac{E_1}{E_2} \cdot z = (A_1 \cdot \frac{E_1}{E_2} + A_2) \cdot a_2$$

$$a_1 = \frac{E_2 A_2}{\Sigma EA} \cdot z \quad a_2 = \frac{E_1 A_1}{\Sigma EA} \cdot z$$

$$EI_{\max} = E_2 I = E_2 \left(I_2 + I_1 \frac{E_1}{E_2} + A_2 a_2^2 + \frac{E_1}{E_2} A_1 a_1^2 \right)$$

$$EI_{\max} = \underbrace{E_1 I_1 + E_2 I_2}_{EI_{\min}} + \underbrace{E_1 A_1 a_1^2 + E_2 A_2 a_2^2}_{EI_{\max} - EI_{\min}}$$

4- El límite superior: la conexión completa

Sección **homogeneizada** -> centro geométrico e inercia

$$EI_{\max} = EI_{\min} + \overline{EA} z^2 \quad \frac{1}{\overline{EA}} = \left(\frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right) = \frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot A_1 \cdot E_2 \cdot A_2}$$

$$\delta_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{EI_{\max}}$$

4- El límite superior: la conexión completa

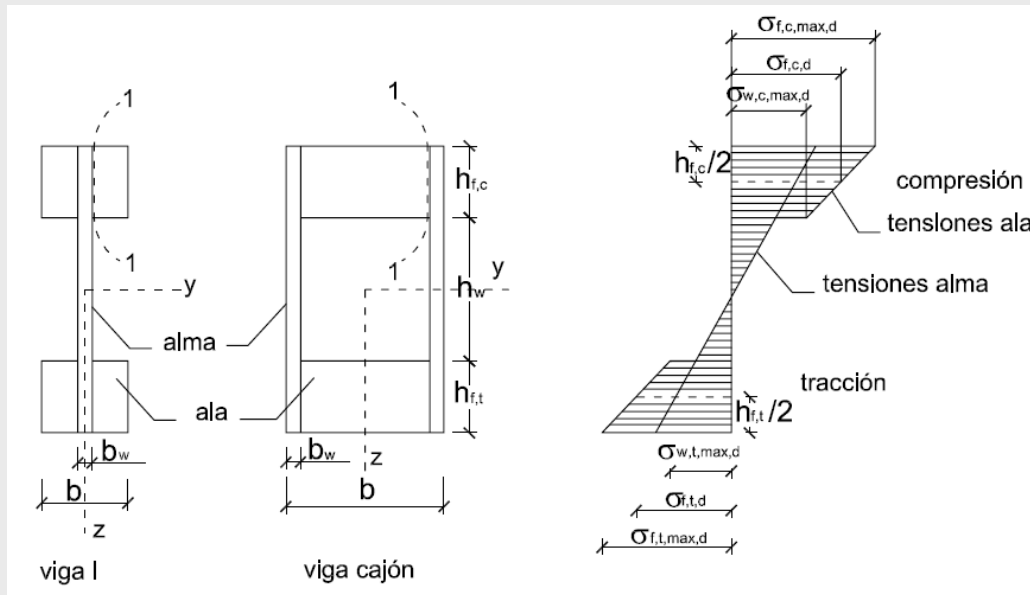
Ancho eficaz: retraso del cortante

Para dicha corrección se puede tomar como ancho eficaz el menor valor de:

- a) La separación entre viguetas: $b_{ef} = b$
- b) La cuarta parte de la longitud entre puntos de momento nulo s/EC-4 y s/ "American Institute for Timber Engineering (AITE): $b_{ef} = l / 4$
- c) Doce veces el espesor de la capa de compresión s/AITE (y s/DIN para acero-hormigón): $b_{ef} = 12 h$
- d) Alternativamente la expresión de Natterer y Hoefft:

4- El límite superior: la conexión completa

SE-M. Art. 10.1.-Vigas mixtas Sin deslizamiento



Uso de la sección homogeneizada.

Formulación para vigas mixtas en "I" y en cajón con uniones encoladas "sin deslizamiento".

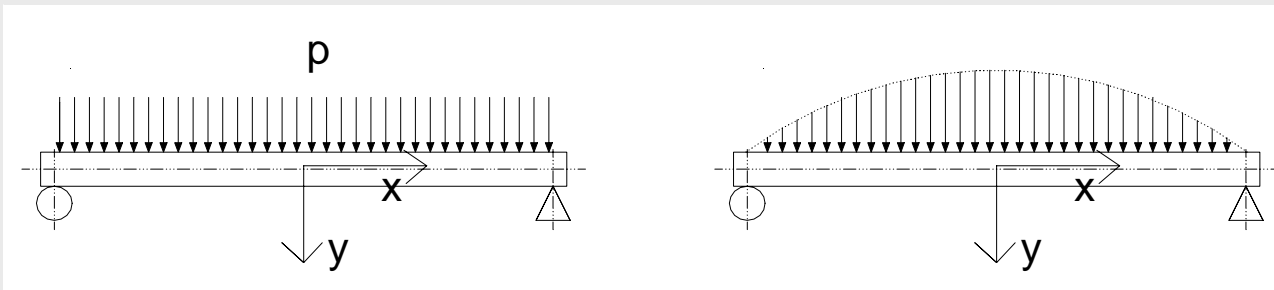
Se advierte: hay colas con cierta capacidad de plastificación con las que es posible que se generen deslizamientos significativos.

Se ofrecen criterios para anchos eficaces (b_{ef}) de las alas por retraso del cortante y abolladura.

5- El caso intermedio: el método gamma

Se busca una rigidez equivalente que permita el uso de las ecuaciones clásicas de resistencia de materiales -> se traduce el problema a una ley plana de deformaciones unitarias

$$EI_{eq} = EI_{\min} + \gamma_0 (E_1 A_1 a_1^2 + E_2 A_2 a_2^2) = EI_{\min} + \gamma_0 \overline{EAZ}^2$$



$$\delta_{\max, \text{sen}, \text{ConxTot}} = \frac{qL^4}{8\pi^2 EI_{\max}}$$

Flecha máxima con **conexión completa** bajo la hipótesis de carga **senoidal** -> error 3%

5- El caso intermedio: el método gamma

Para determinar el γ_0 no hay más que conocer el valor de la flecha máxima en el caso de **conexión parcial con deslizamiento**

$$\delta_{\max, \text{senCDesliz}} = \frac{qL^4}{8\pi^2} \frac{kL^2 + \pi^2 \overline{EA}}{\underbrace{EI_{\min} (kL^2 + \pi^2 \overline{EA}) + kL^2 Z^2 \overline{EA}}_{1/EI_{eq}}}$$

$$k = k_{\text{unitario}} = K_{\text{ser}} / s$$

s = separación de los conectadores

5- El caso intermedio: el método gamma

$$\frac{1}{EI_{eq}} = \frac{1}{EI_{\min} + \underbrace{\frac{kL^2}{kL^2 + \pi^2 \overline{EA}}}_{\gamma_0} Z^2 \overline{EA}}$$

$$\gamma_0 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \overline{EA}}{kL^2}}$$

5- El caso intermedio: el método gamma

El método gamma realiza, con este esquema, un cambio de variable que permite el mismo tratamiento a secciones de dos o tres piezas

$$EI_{eq} = EI_{\min} + (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 + 1 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 + \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3^2)$$

$$\gamma_{i(i=1,i=3)} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_i A_i}{k_i L^2}}$$

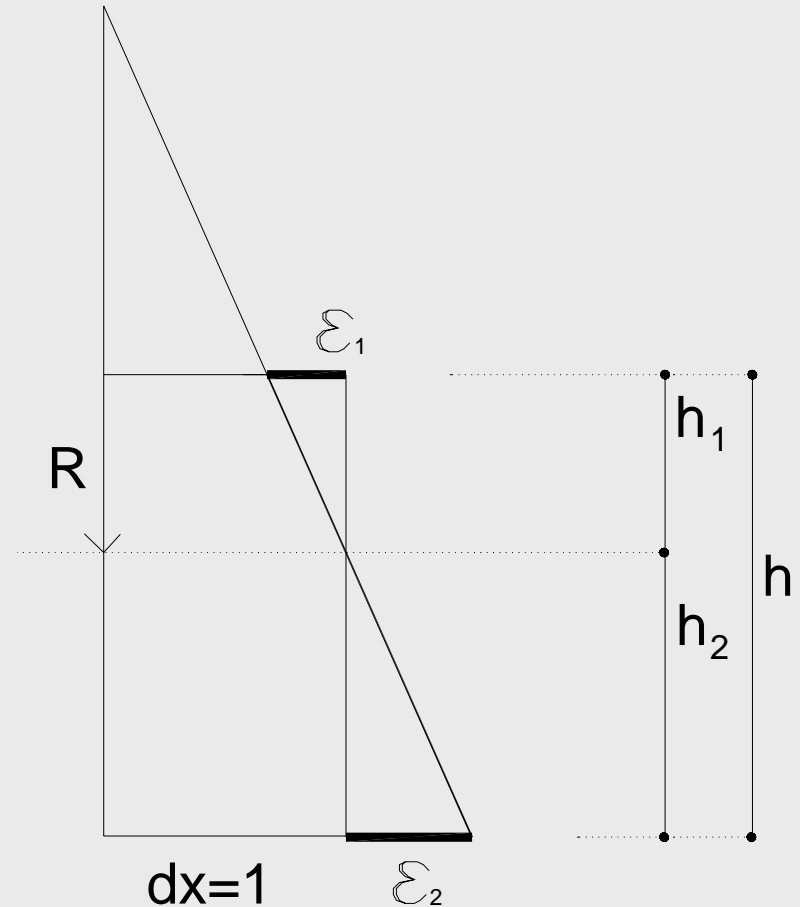
Interpretación física -> diagrama de curvaturas

5- El caso intermedio: el método gamma

Formulación de la curvatura
a partir del diagrama de
deformaciones unitarias

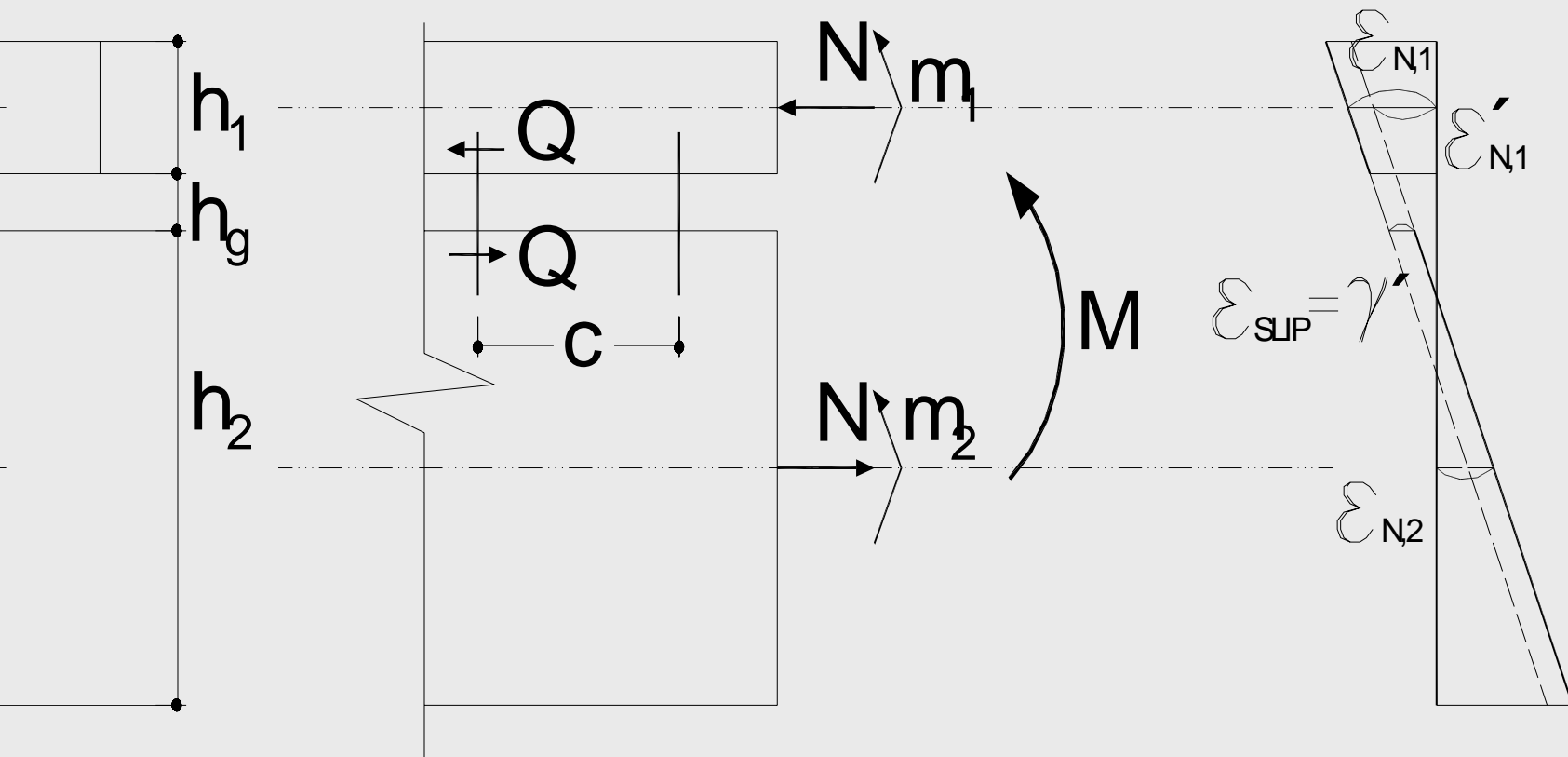
$$\frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{h} = \frac{\varepsilon_1}{h_1} = \frac{\varepsilon_2}{h_2}$$

$$1/R = M / (EI)$$



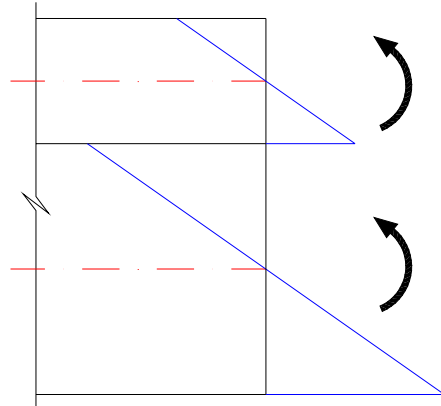
5- El caso intermedio: el método gamma

$$\varepsilon'_{N,1} = \gamma_1 \varepsilon_{N,1}$$

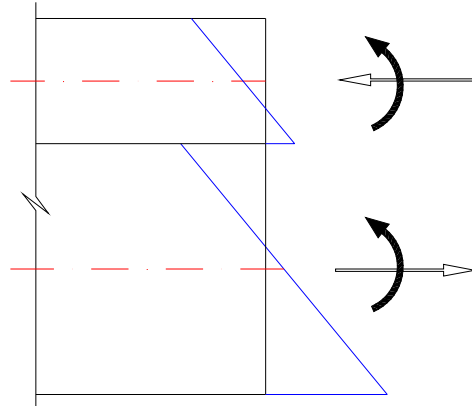


5- El caso intermedio: el método gamma

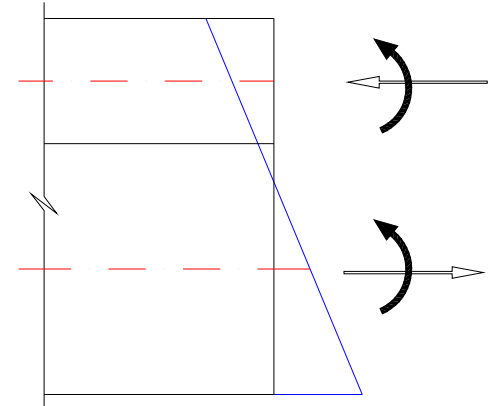
diagrama de deformaciones unitarias entre los casos límite



Sin conexión



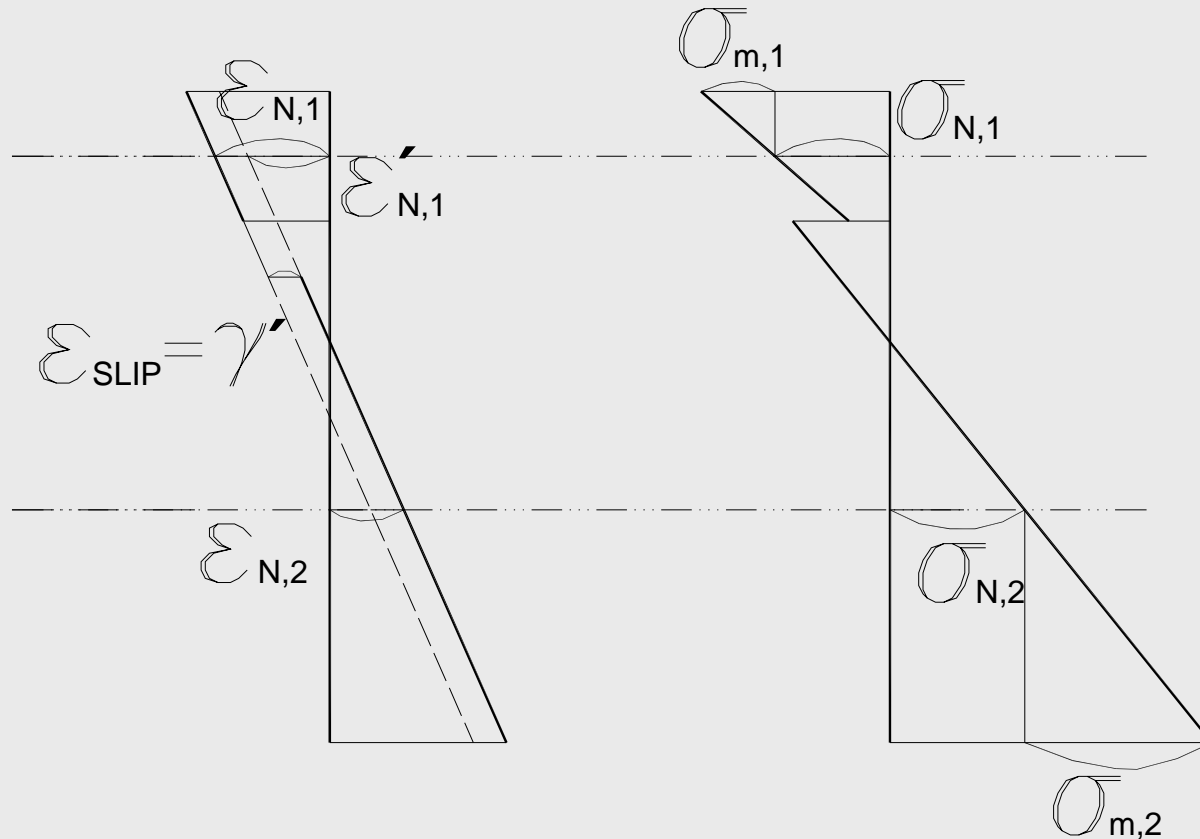
Conexión con deslizamiento



Conexión sin deslizamiento

5- El caso intermedio: el método gamma

Deformaciones unitarias versus tensiones



5- El caso intermedio: el método gamma

Una deducida la rigidez a flexión equivalente ya se pueden usar la relación entre curvatura y deformación unitaria

$$\frac{N}{\gamma_1 A_1} = \frac{N_1}{\gamma_1 A_1} = \sigma'_1 = E_1 \varepsilon'_{N,1} \rightarrow N_1 = \gamma_1 A_1 E_1 \varepsilon'_{N,1} = \gamma_1 A_1 E_1 \frac{M(x)}{EI_{eq}} a_1$$

$$N = N_2 = \varepsilon_{N,2} E_2 A_2 = E_2 A_2 \frac{M(x)}{EI_{eq}} a_2$$

De donde se deducen directamente las tensiones en los c.d.g. de las piezas

$$\sigma_{N,1} = \frac{N_1}{A_1} = \gamma_1 E_1 \frac{M(x)}{EI_{eq}} a_1 \quad \sigma_{N,2} = \frac{N_2}{A_2} = E_2 \frac{M(x)}{EI_{eq}} a_2$$

5- El caso intermedio: el método gamma

Y por equilibrio, y teniendo en cuenta lo obtenido en la viga sin conexión, se obtiene los momentos locales m_1 y m_2

$$m_1 + m_2 + N \cdot z = M(x) \quad \rightarrow \quad (m_2 + m_1) = (M(x) - N \cdot z)$$

$$m_1 = (M(x) - N \cdot z) \frac{E_1 I_1}{EI_{\min}} \quad m_2 = (M(x) - N \cdot z) \frac{E_2 I_2}{EI_{\min}}$$

5- El caso intermedio: el método gamma

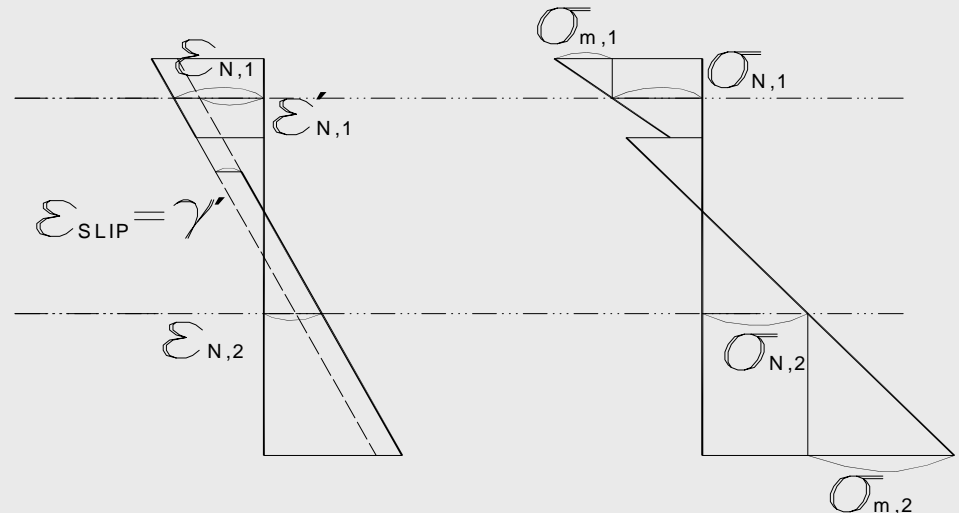
Las tensiones debidas al momento se pueden obtener, de manera directa, a partir del diagrama de deformaciones unitarias:

$$\sigma_{m,1} = E_1 \varepsilon_{m,1} = E_1 \frac{M(x) h_1}{EI_{eq} 2} \quad \sigma_{m,2} = E_2 \varepsilon_{m,2} = E_2 \frac{M(x) h_2}{EI_{eq} 2}$$

Las tensiones máximas en cada extremo son la suma de las debidas al normal y al momento local:

$$\sigma_{1,max} = \sigma_{N,1} + \sigma_{m,1}$$

$$\sigma_{2,max} = \sigma_{N,2} + \sigma_{m,2}$$



5- El caso intermedio: el método gamma

La fuerza rasante, Q, en el conector, separados a una distancia –s– se deduce de la fórmula clásica de la tensión tangencial

$$\frac{Q(x)}{s b(y)} = \tau = \frac{V(x)}{\frac{I}{S(y)} b(y)}$$

El valor máximo de Q se obtiene fácilmente considerando que el c.d.g. coincide o no está muy lejano a la –interface– de las dos piezas

$$Q_{\max} = \frac{V(x) s}{\left(\frac{EI_{eq} / E_1}{\gamma_1 A_1 a_1} \right)} = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 a_1 V(x) s}{EI_{eq}} \equiv \frac{V(x) s}{\left(\frac{EI_{eq} / E_2}{A_2 a_2} \right)} = \frac{E_2 A_2 a_2 V(x) s}{EI_{eq}}$$

5- El caso intermedio: el método gamma

En la práctica, todo este protocolo se expande a partir de las diferentes comprobaciones a realizar en ELU y ELS.

La formulación a largo plazo es particularmente importante en este caso, y parte de la linearización del problema de forma que se pueda usar el método anterior sin más que minorar los módulos de Young y el $-k-$ de la conexión en el largo plazo

Madera

$$E_{m,\infty} = \frac{E_{m,0}}{1 + k_{def}}$$

Hormigón

$$E_{h,\infty} = \frac{E_{h,0}}{1 + \varphi(t_0, \infty)}$$

Conexión (??)

$$k_{ser,\infty} = \frac{k_{ser,0}}{1 + k_{def}}$$

5- El caso intermedio: el método gamma

Comentarios al método gamma

El método gamma **es sencillo** y **muestra** en buena medida **las variables** del problema, lo cual es una gran ventaja frente a los métodos numéricos.

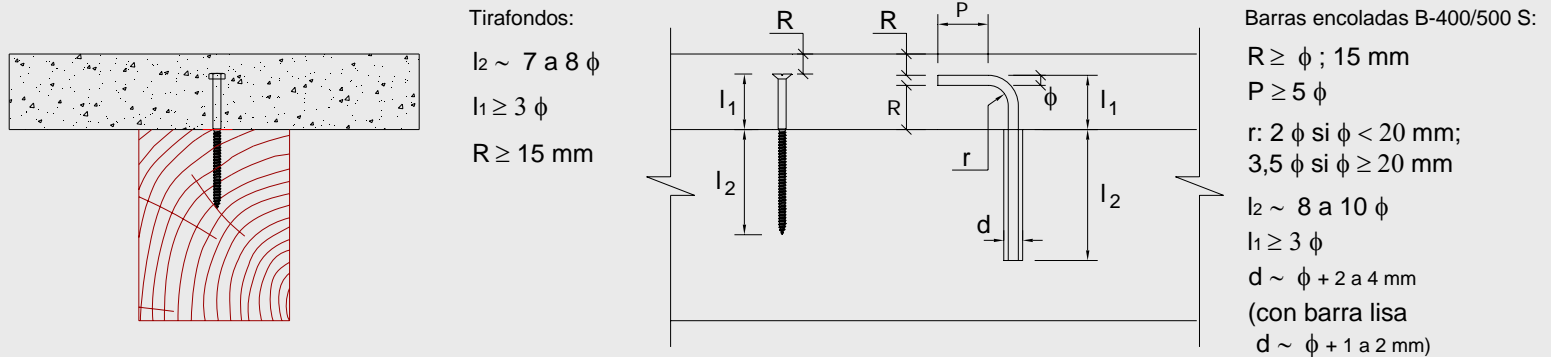
No obstante, **en cuanto** las distancias de los conectores no siguen una pauta habitual, la estructura es externamente hiperestática o se quieren modelar aspectos como la retracción y las hinchazón de la madera simultáneos y las no linealidades, **el método no es útil**.

El estado del arte es muy rico, y pasa desde el uso de métodos matriciales a elementos finitos.

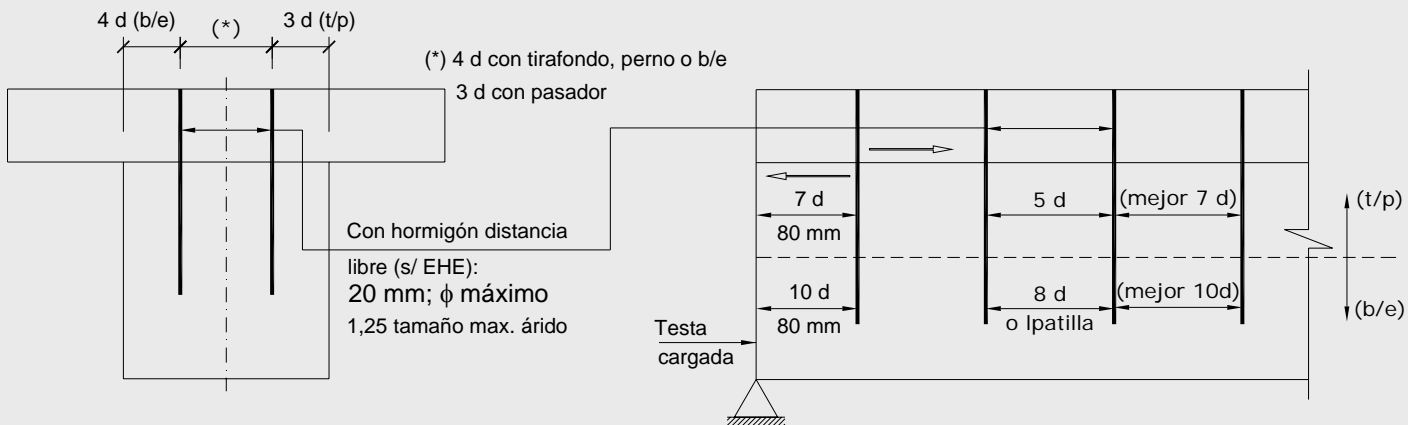
En todo caso conviene usar algo que se domine aunque se más sencillo, y este método sin duda lo es.

6- Uso de tablas y programas

Tablas para CS1 (Jorge Fernández Lavandera) con apeo previo (conviene dejar cierto margen ante la indeterminación del -k- a largo plazo) (vér tablas en anejo para)



Consideraciones constructivas con tirafondos y barras encoladas



Distancias mínimas con pernos, pasadores y tirafondos con pretaladro y $d > 6 \text{ mm}$ (t/p) y con barras encoladas (b/e)

6- Uso de tablas y programas

La versión de tablas del DA-V/MADERA del CSAE

- a) Si se disponen **conectores inclinados**, con la mano correcta, (figura 5.4-b), resistentes a tracción, por ejemplo, tirafondos, se puede considerar que la conexión es totalmente eficaz, no siendo significativo el deslizamiento en la conexión. En esas condiciones, para las viguetas habituales, como las recogidas en la tabla 5.1, puede considerarse que el módulo resistente por entrevigado, que con viguetas simples, **es de $b \cdot h^2/6$, asciende aproximadamente a $b \cdot h^2/3$, y para el cálculo de la esbeltez crítica a flecha, puede adoptarse un canto igual a $2 \cdot h$** (para predimensionado)
- b) Si se disponen **conectores verticales**, debe considerarse que la conexión es parcial y que existe deslizamiento relevante de cara al análisis, (figura 5.4 a), resultando un comportamiento intermedio entre el de viguetas sueltas y el de sección mixta con conexión totalmente eficaz. En ese caso, puede considerarse que el módulo resistente por entrevigado es aproximadamente **$b \cdot h^2/4$ y para el cálculo de la esbeltez crítica, puede adoptarse un canto igual a $1,5 \cdot h$** (para predimensionado)

6- Uso de tablas y programas

I+D_BIA2004_07317: Definición de un Protocolo para la Rehabilitación de Forjados de Madera Mediante Conexión con la Nueva Capa de Compresión de Hormigón. Implementación del protocolo en un programa informático de Visual.Net.

(ETSAM: Avila Jalvo, J.M.; Fdez, Cabo; J.L.; Diez Barra, R.; Avila Nieto, M.; Avila Nieto, J.; Fdez. Lavandera, J.)

The screenshot displays the 'Vigas Mixtas' software interface. The main window shows a diagram of a beam with a uniform load p and a cross-section with height h . The diagram includes a coordinate system (x, y) and a 'Criterio de signos' (sign convention) diagram. Below the diagram, there are input fields for various parameters: $L=20$ (m) distancia entre apoyos, $p=3$ (kN/m) carga uniforme, $h_c=0$ (mm) (gap=0), $h=50$ (mm) altura de la losa, $v_c=500$ (mm) ancho de la losa, $E_c=200$ (kN/mm²) m. Young de la viga, $h_v=200$ (mm) altura de la viga, $v_v=100$ (mm) ancho de la viga, and $E_v=200$ (kN/mm²) m. Young de la viga. The 'Conectores' section shows $m=20$ número total de conectores, a grid diagram, and 'Propiedades de los conectores' (Connector properties) with $K_c=4500$ (N/mm) rigidez del conector and $x_c=7000$ (mm) distancia del conector. The 'Resultados' section displays a list of results for 19 'PASANTE' elements, showing values for displacement and rotation.

7- Referencias bibliográficas

Se deja copia en papel de algunas de las más recientes referencias bibliográficas, dos de ellas a nivel de aplicación práctica.

Recomiendo leer especialmente las de los STEP primero y después la de Natterer et al. A partir de ahí la referencias se pueden multiplicar de forma exponencial

8- Conclusiones

1- La primera cuestión a dilucidar, nada obvia, **es si es necesario o si compensa** la elección de la mixta (el margen de ganancia estructural, frente a la no-mixta, se puede prever con facilidad, pero hay otros factores no tan fácilmente evaluables)

2- El uso de **tablas** permite resolver el problema más habitual: la viga biapoyada en CS-1. El futuro programa de la ETSAM permitirá mayor flexibilidad pero todavía habrá “huecos”

3- El **SE-M** no desarrolla esta cuestión; es necesario usar, al menos, el **EC-5/1-Anejo B**, la **EHE** y el **EC-4**