

Exercicio 4:
Viga curva con copete

Curso de construción en madeira 2007

COMPROBACIÓN DE VIGA CURVA CON COPETE:

ZONA DE VÉRTICE

CALCULO DE LAS CORREAS DE CUBIERTA

COMPRESIÓN OBLICUA EN EL APOYO

DESCRIPCIÓN

La edificación presenta unos pórticos preexistentes de hormigón armado sobre los que apoyan 8 vigas boomerang con copete como solución constructiva de cubierta.

La separación entre caras de pilares de hormigón es de 9,92 m.

La inclinación de los faldones es de 23,92°

La madera de toda la estructura corresponde a una clase resistente de Madera Laminada Encolada GL28h con láminas de 33 mm.

La luz de cálculo de las vigas principales es de 9,78 m

Presenta apoyos articulados con apoyo elastomérico en uno de los extremos. Desde los pilares parte con una sección de 185x330 mm y crece de forma variable hasta 185x660 mm. Sigue con esta sección de manera constante a lo largo de todo el tramo en arco. El radio de curvatura interior del arco es de 6600 mm. Sobre la viga boomerang descrita se apoya un copete de madera para completar los faldones.

Cada viga tiene un volumen bruto de 1,35 m³



Figura 1: Perspectiva General.

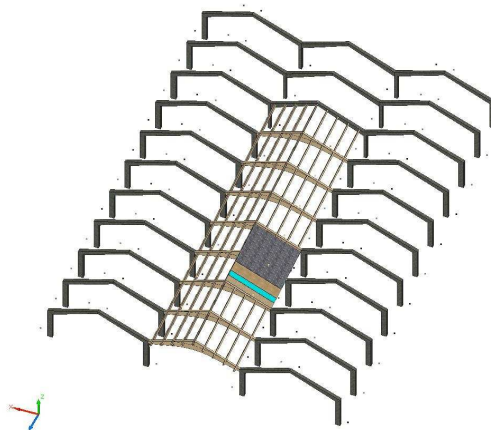


Figura 2: Axonometría

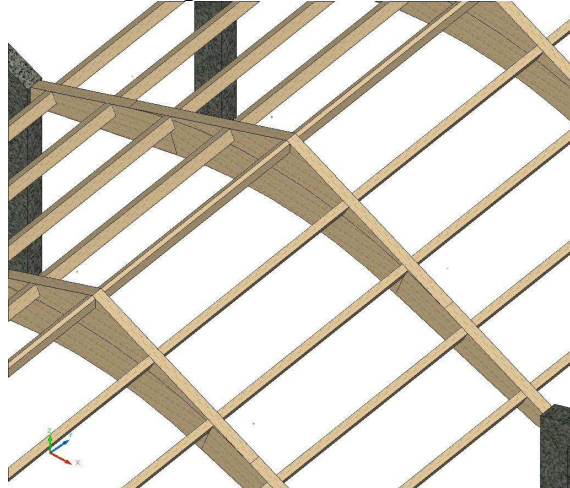


Figura 3: Perspectiva de la viga principal de cubierta.

Soporta 9 correas biapoyadas de 120x198mm con una luz de 4 m. El total de correas de cubierta tiene un volumen de 6,60 m³. Estas soportan un panel sándwich con tablero de partículas OSB de 11mm en la cara vista, 40 mm de núcleo aislante STYROFOAM y 19 mm de tablero aglomerado hidrófugo que aporta un peso de 0,226 kN/m². Sobre este se colocará cubierta de pizarra con un peso estimado de 0,3 kN/m².

La unión de las correas a las vigas se realiza mediante herrajes de cuelgue de acero galvanizado.

La estructura tiene en las crujeas inicial y final dos cruces de San Andrés de arriostramiento con varillas roscadas de 16 mm de diámetro y de seis metros cada una.

El total de madera de la cubierta es de 17,36 m³

CONDICIONANTES DE CALCULO

La situación topográfica corresponde a una altitud estimada de 450 m sobre el nivel del mar y se encuentra en una zona de aspereza del entorno tipo IV.

Todos los elementos de madera se encuentra al interior se les atribuye una clase de servicio 2 semiexterior : CS 2.

La Resistencia a Fuego se cifra en 30 minutos.

ACCIONES CONSIDERADAS

H1: CARGA PERMANENTE

Valores generales de cálculo:

En el peso propio se ha empleado un valor de peso específico de 600 daN/m^3

- Peso de material de cubierta:

Panel Sandwich:	0,226
Rastrel:	0,05
Pizarra:	0,3
Total:	$0,576 \text{ kN/m}^2 \rightarrow 2,304 \text{ kN/m D. Permanente}$

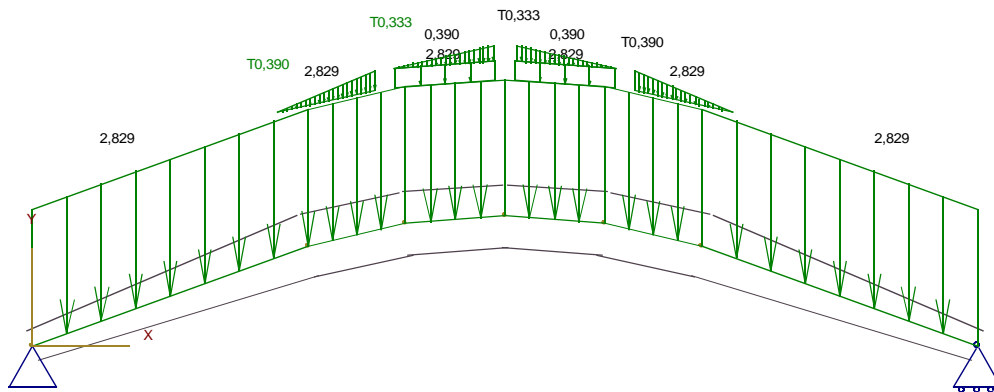
- Peso de correas:

Cada correa de 120×198 pesa $0,1425 \text{ kN/m}$.

En un faldón: $0,1425 \times 4 \text{ m} \times 5 \text{ correas} = 2,85 \text{ kN}$. $\rightarrow 2,85 / 5,426 \text{ m} = 0,525$

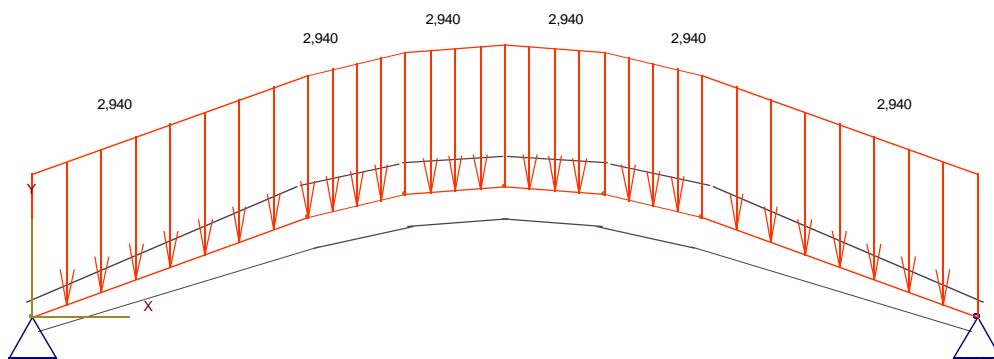
kN/m .

- Total Carga Permanente: $2,304 + 0,525 = 2,829 \text{ kN/m}$



H2: SOBRECARGA DE MANTENIMIENTO:

Ángulo de inclinación del faldón = $23,92^\circ$. Entre $G1$ y $G2$: $0,804 \text{ kN/m}^2 \cos 23,92 \times 4 \text{ m} = 2,94 \text{ kN/m}$

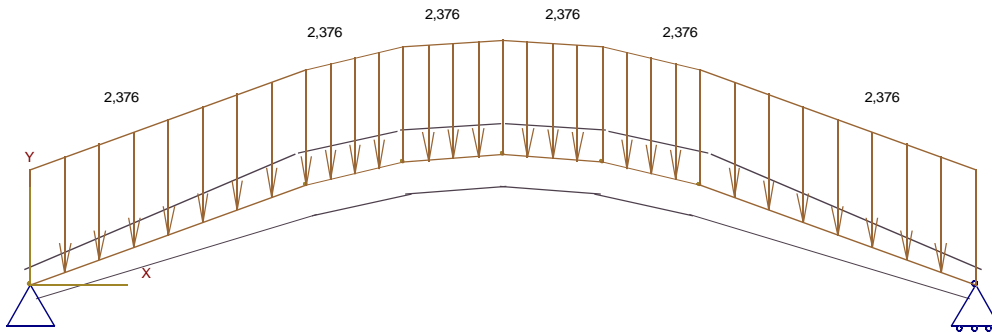


H3: SOBRECARGA DE NIEVE:

Altitud Topográfica: 450 m .

Zona de Clima Invernal: 1

$$0,65 \text{ kN/m}^2 \cos 23,92 \times 4 = \underline{2,376 \text{ kN/m}}$$



SOBRECARGA DE VIENTO

Se considera Presión dinámica del viento Zona C

Grado de aspereza del entorno: IV

H4: VIENTO TRANSVERSAL A: $d = 9,92 \text{ m}$; $h = 6 \text{ m}$; $b = 40 \text{ m}$; $\alpha = 23,92^\circ$

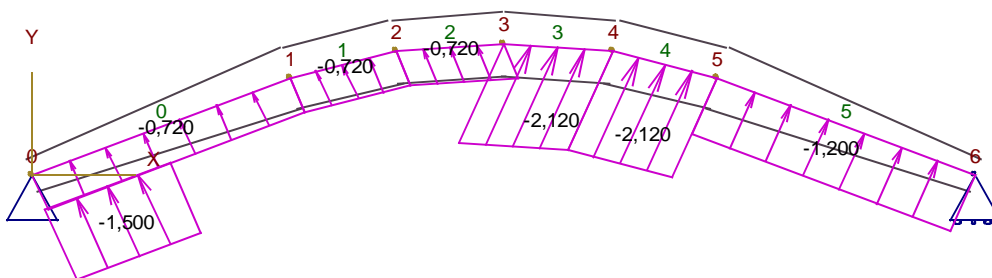
ZONA	q_b	c_e	c_p	$q_e \text{ (kN/m}^2\text{)}$
F	0,52	1,45	-1,08	-0,81
G	0,52	1,45	-0,62	-0,47
H	0,52	1,45	-0,24	-0,18
I	0,52	1,45	-0,40	-0,30
J	0,52	1,45	-0,70	-0,53

ZONA F-G: $(-0,81 \text{ kN/m}^2 \times 1\text{m}) + (-0,47 \text{ kN/m}^2 \times 3\text{m}) = \underline{-2,22 \text{ kN/m}}$

ZONA H: $(-0,18 \text{ kN/m}^2 \times 4\text{m}) = \underline{-0,72 \text{ kN/m}}$

ZONA I: $(-0,30 \text{ kN/m}^2 \times 4\text{m}) = \underline{-1,2 \text{ kN/m}}$

ZONA J: $(-0,53 \text{ kN/m}^2 \times 4\text{m}) = \underline{-2,12 \text{ kN/m}}$



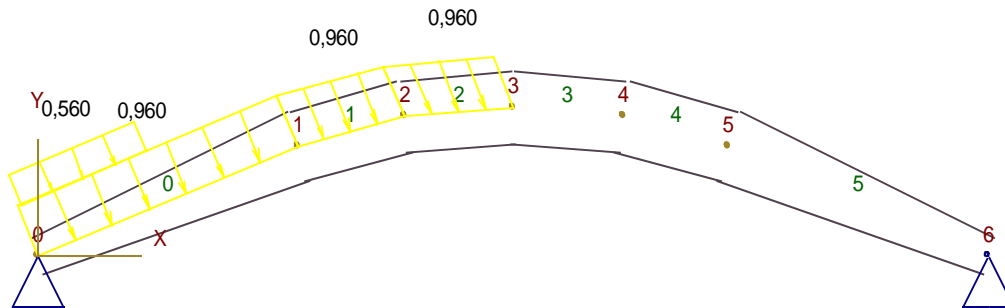
H5: VIENTO TRANSVERSAL B: $d = 9,92 \text{ m}$; $h = 6 \text{ m}$; $b = 40 \text{ m}$; $\alpha = 23,92^\circ$

ZONA	q_b	c_e	c_p	$q_e \text{ (kN/m}^2\text{)}$
F	0,52	1,45	0,50	0,38
G	0,52	1,45	0,50	0,38
H	0,52	1,45	0,32	0,24

I	0,52	1,45	0,00	0,00
J	0,52	1,45	0,00	0,00

ZONA F-G: $(0,38 \text{ kN/m}^2 \times 4\text{m}) = \underline{1,52 \text{ kN/m}}$

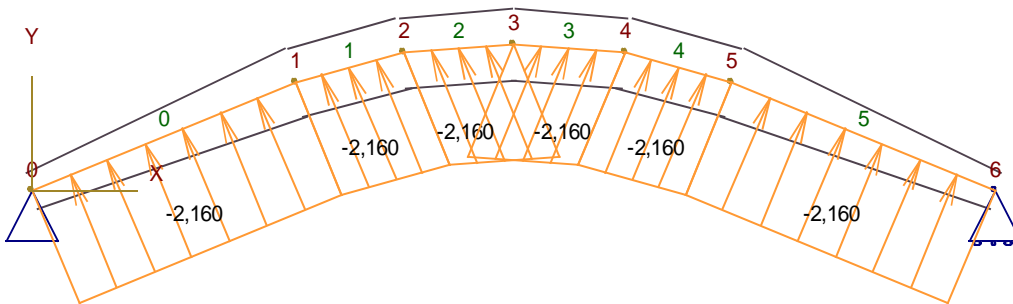
ZONA H: $(0,24 \text{ kN/m}^2 \times 4\text{m}) = \underline{0,96 \text{ kN/m}}$



H6: VIENTO LONGITUDINAL: $d= 40 \text{ m}$; $h= 6 \text{ m}$; $b= 9,92 \text{ m}$; $\alpha = 23,92^\circ$

ZONA	q_b	c_e	c_p	$q_e \text{ (kN/m}^2\text{)}$
F	0,52	1,45	-1,48	-1,12
G	0,52	1,45	-1,73	-1,30
H	0,52	1,45	-0,72	-0,54
I	0,52	1,45	-0,50	-0,38

ZONA H: $(-0,54 \text{ kN/m}^2 \times 4\text{m}) = \underline{-2,16 \text{ kN/m}}$



COMBINACIONES

Combinaciones	Permanente	Sobrecarga Mantenimiento	Sobrecarga de Nieve	Viento Transversal A	Viento Transversal B	Viento Longitudinal
1	1,35	0	0	0	0	0
2	1,35	1,5	0	0	0	0
3	1,35	0	1,5	0,9	0	0
4	1,35	0	1,5	0	0,9	0
5	0,8	0	0	0	0	1,5

CARACTERIZACIÓN DEL MATERIAL

La especie de madera con el que se dimensionan todos los elementos estructurales es madera de Picea Abies al que se le han atribuido las siguientes propiedades de la clase resistente de MLE GL28h.

Resistencia (N/mm²)

Flexión:	$f_{m,g,k} = 28$
Tracción paralela:	$f_{t,0,g,k} = 19.5$
Tracción perpendicular:	$f_{t,90,g,k} = 0.45$
Compresión paralela:	$f_{c,0,g,k} = 26.5$
Compresión perpendicular:	$f_{c,90,g,k} = 3$
Cortante:	$f_{v,g,k} = 3.2$

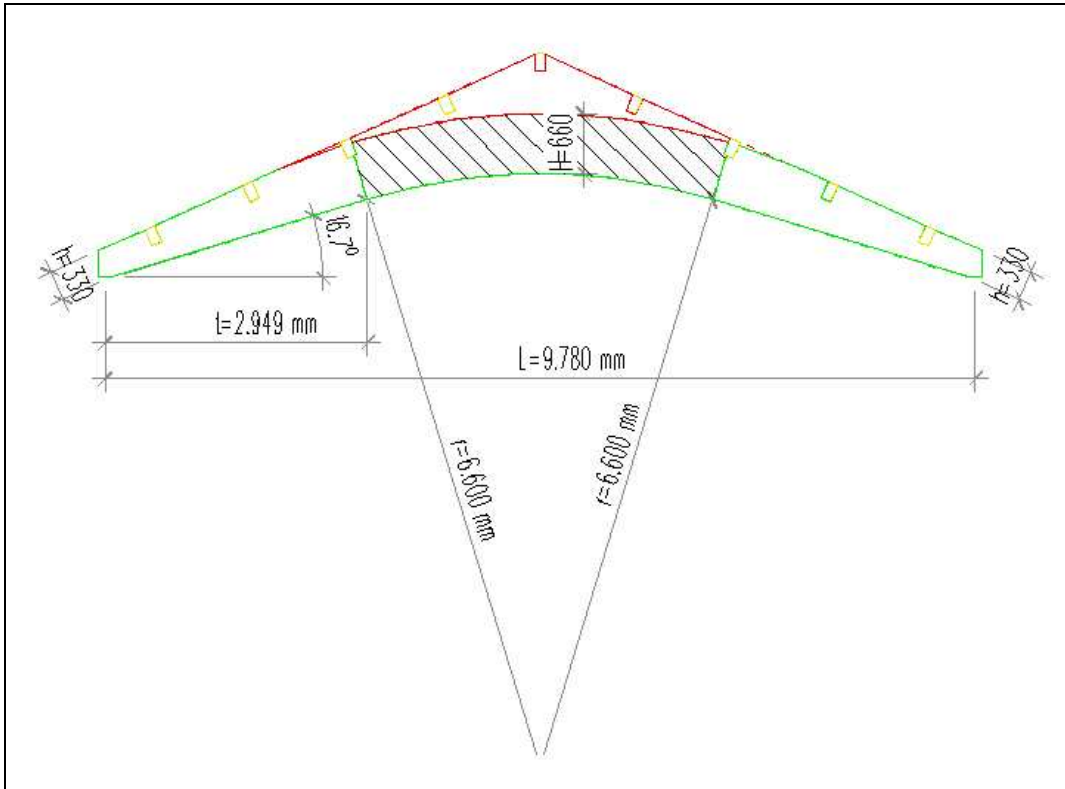
Rigidez (kN/mm²)

Módulo de Elasticidad medio paralelo:	$E_{0,g,med} = 12.6$
Módulo de Elasticidad paralelo característico:	$E_{0,g,k} = 10.2$
Módulo de Elasticidad perpendicular medio:	$E_{90,g,med} = 0.42$
Módulo de cortante medio:	$G_{g,med} = 0.78$

Densidad (kg/m³)

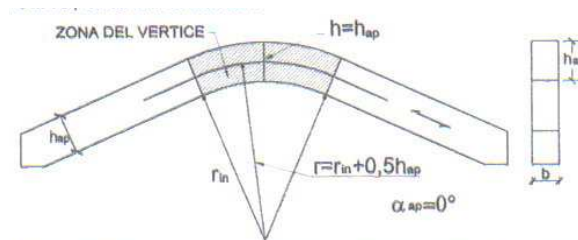
Densidad Característica:	$\rho_{g,k} = 410$
Densidad Media:	$\rho_{g,med} = 600$

GEOMETRIA



Comprobación de tensiones de flexión según CTE, SE-M

$$\sigma_{m,d} \leq k_r \cdot f_{m,d}$$



$$\alpha_{ap} : 0^\circ$$

$$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \text{tg} \alpha_{ap} + 5,4 \cdot \text{tg}^2 \alpha_{ap} = 1 + 1,4 \text{tg} 0 + 5,4 \cdot \text{tg}^2 0 = 1$$

$$k_2 = 0,35 - 8 \cdot \text{tg} \alpha_{ap} = 0,35 - 8 \text{tg} 0 = 0,35$$

$$k_3 = 0,6 + 8,3 \cdot \text{tg} \alpha_{ap} - 7,8 \cdot \text{tg}^2 \alpha_{ap} = 0,6 + 8,3 \text{tg} 0 - 7,8 \text{tg}^2 0 = 0,6$$

$$k_4 = 6 \cdot \text{tg}^2 \alpha_{ap} = 6 \text{tg}^2 0 = 0$$

h_{ap} : 660 mm

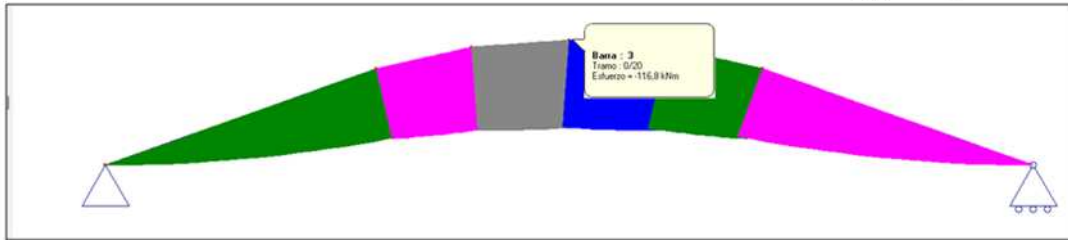
r_{in} : radio del intradós de la viga: 6.600 mm

t : 33 mm

$r = r_{in} + 0,5 \cdot h_{ap} = 6.600 + 0,5 \cdot 660 = 6.930$ mm

$$k_f = k_1 + k_2 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_3 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 + k_4 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^3 = 1 + 0,35 \left(\frac{660}{6.930} \right) + 0,6 \left(\frac{660}{6.930} \right)^2 + 0 \left(\frac{660}{6.930} \right)^3 = 1,039$$

Para la Combinación 2 el Momento de Cálculo en la Sección Central $M_{ap,d} = 116,8 \text{ kN}\cdot\text{m}$



$M_{ap,d}$: momento flector de cálculo en la sección del vértice: 116,8 kN·m

b: 185 mm

h_{ap} : 660 mm

$f_{m,d}$: resistencia de cálculo a flexión (SE-M pg117)

$$f_{m,d} = K_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,90 \cdot \frac{28}{1,25} = 20,16 \text{ N} / \text{mm}^2$$

K_{mod} : clase de servicio 2 y duración de la carga corta (SE - M pg6)

$f_{m,k}$: Valor característico de la resistencia a flexión (SE - M pg115).

γ_M : coeficiente parcial de seguridad para la propiedad del material (SE - M pg6).

$$\sigma_{m,d} = k_f \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = 1,039 \cdot \frac{6 \cdot 116.800.000}{185 \cdot 660^2} = 9,035 \text{ N} / \text{mm}^2$$

$$\frac{r_{in}}{t} = \frac{6.600}{33} < 240$$

$$k_r = 0,76 + 0,001 \cdot \frac{6.600}{33} = 0,96$$

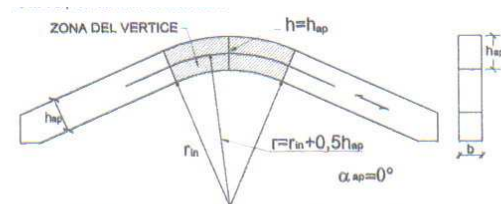
$$\sigma_{m,d} \leq k_r \cdot f_{m,d}$$

$$I_m = \frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{9,035}{0,96 \cdot 20,16} = 0,467 \leq 1$$

Comprobación de tensiones de tracción perpendicular a la fibra según CTE, SE-M.

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} - 0,6 \cdot \frac{p_d}{b}$$



p_d : carga distribuida (de compresión) aplicada en la zona de vértice sobre el borde superior de la viga

b: 185 mm.

$M_{ap,d}$: momento flector de cálculo en la sección de vértice: 116,8 kN·m

h_{ap} : 660 mm.

α_{ap} : 0

r_{in} : radio del intradós de la viga: 6.600 mm

$r = r_{in} + 0,5 \cdot h_{ap} = 6.600 + 0,5 \cdot 660 = 6.930 \text{ mm}$

$$k_5 = 0,2 \cdot \text{tg} \alpha_{ap} = 0$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \cdot \text{tg} \alpha_{ap} + 2,6 \cdot \text{tg}^2 \alpha_{ap} = 0,25$$

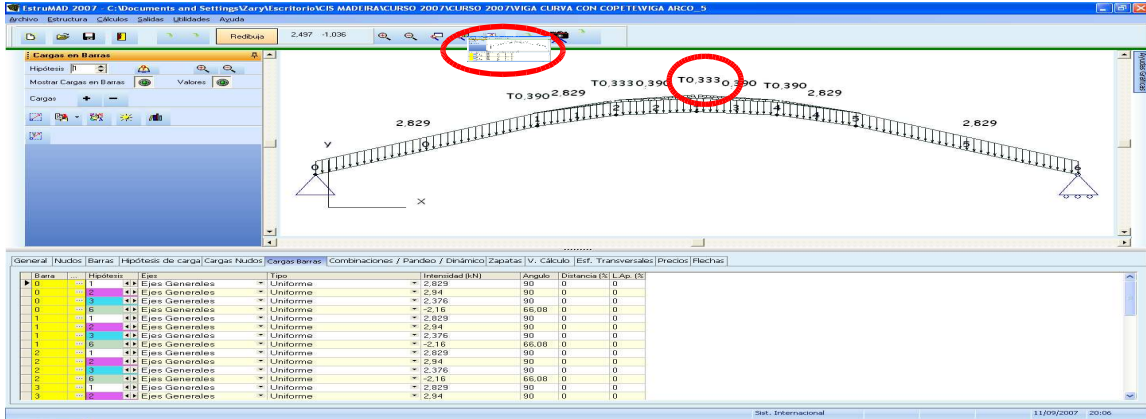
$$k_7 = 2,1 \cdot \text{tg} \alpha_{ap} - 4 \cdot \text{tg}^2 \alpha_{ap} = 0$$

$$k_p = k_5 + k_6 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_7 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 = 0 + 0,25 \cdot \left(\frac{660}{6.930} \right) + 0 = 0,024$$

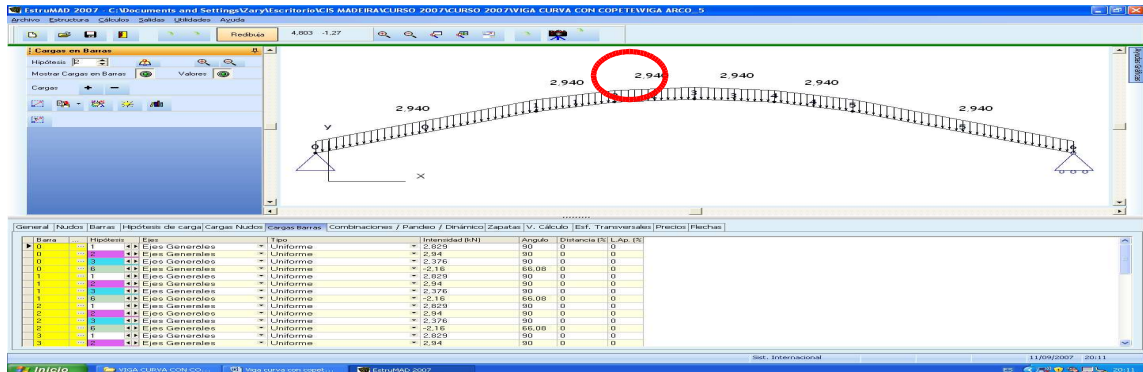
Tensión de cálculo a tracción perpendicular a la fibra:

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} - 0,6 \cdot \frac{p_d}{b} = 0,024 \cdot \frac{6 \cdot 116.800.000}{185 \cdot 660^2} - 0,6 \cdot \frac{p_d}{185}$$

p_d : presión de compresión sobre la zona de vértice. Para la combinación más desfavorable (combinación 2) la carga es la siguiente:



Carga de la Hipótesis 1.



Carga de la Hipótesis 2.

Combinación 2: $1,35 \cdot H_1 + 1,50 \cdot H_2 = 1,35 \cdot (0,390 + 2,83) + 1,50 \cdot 2,940 = 8,75 \text{ kN/m}$

Resistencia de cálculo a tracción perpendicular a la fibra

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} - 0,6 \cdot \frac{p_d}{b} = 0,024 \cdot \frac{6 \cdot 116.800.000}{185 \cdot 660^2} - 0,6 \cdot \frac{8,75}{185} = 0,182$$

$$f_{t,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{k_h \cdot f_{t,90,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{10,45}{1,25} = 0,324 \text{ N/mm}^2$$

k_{mod} : factor de modificación (SE - M pg 6)
 k_{dis} : coeficiente de distribución k_h : factor de altura igual a 1 por ser el canto mayor que 600 mm.
 que adopta el $f_{t,90,k}$: Valor característico de la resistencia a tracción perpendicular a la fibra (SE - M pg117).
 valor de 1,4 γ_M : coeficiente parcial de seguridad para la propiedad del material (SE - M pg6).
 para vigas con zona de vértice redondeada.

$$k_{vol} : \left(\frac{0,01}{V}\right)^{0,2} = \left(\frac{0,01}{0,5}\right)^{0,2} = 0,46$$

V : volumen de la zona considerada en la comprobación, máximo 2/3 del volumen total de la viga

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}$$

$$0,182 \leq 1,4 \cdot 0,46 \cdot 0,324$$

$$\frac{0,182}{0,209} = 0,87 \leq 1$$

COMPROBACIÓN A FLEXIÓN ESVIADA DE LAS CORREAS DE CUBIERTA

Comprobación a flexión esviada según CTE, SE-M.

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,z,d}} \leq 1$$

Como ejemplo de comprobación a flexión esviada, se calcularán los resultados para la combinación 2: 1,35·H1+1,50·H2.

En este caso el factor de vuelco lateral (k_{crit}) toma el valor 1 y no se considera en los cálculos.

Tensión de cálculo a flexión respecto a los ejes z e y:

Hipótesis 1: Carga Permanente. (D. Permanente)

$$q_{pz} = q_p \cdot \cos 23,92 = (0,576 \cdot 1,2 + 0,1425) \cdot \cos 23,92 = 0,762 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{py} = q_p \cdot \sin 23,92 = (0,576 \cdot 1,2 + 0,1425) \cdot \sin 23,92 = 0,338 \text{ kN/m}^2$$

$$M_y = q_{pz} \cdot l^2 / 8 = 0,762 \cdot 4^2 / 8 = 1,524 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_z = q_{py} \cdot l^2 / 8 = 0,338 \cdot 4^2 / 8 = 0,676 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Hipótesis 2: Sobrecarga de uso. (D. corta)

$$q_{vz} = q_v \cdot \cos 23,92 = 0,882 \cdot \cos 23,92 = 0,806 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{vy} = q_v \cdot \sin 23,92 = 0,882 \cdot \sin 23,92 = 0,357 \text{ kN/m}^2$$

$$M_y = q_{vz} \cdot l^2 / 8 = 0,806 \cdot 4^2 / 8 = 1,61 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_z = q_{vy} \cdot l^2 / 8 = 0,357 \cdot 4^2 / 8 = 0,71 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Combinación 2: 1,35·H1 + 1,50·H2

$$M_{y,d} = 1,35 \cdot 1,524 + 1,50 \cdot 1,61 = 4,47 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{z,d} = 1,35 \cdot 0,676 + 1,50 \cdot 0,71 = 1,98 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$w_y = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{0,12 \cdot 0,198^2}{6} = 0,00078408 \text{ m}^3$$

$$w_z = \frac{h \cdot b^2}{6} = \frac{0,198 \cdot 0,12^2}{6} = 0,0004752 \text{ m}^3$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{w_y} = \frac{4,47}{0,00078408} = 5.700 \text{ kN/m}^2 = 5,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{w_z} = \frac{1,98}{0,0004752} = 4.166,6 \text{ kN/m}^2 = 4,166 \text{ N/mm}^2$$

k_m : 0,7 para secciones rectangulares de madera laminada (SE-M pg26).

Resistencia de cálculo a flexión respecto a los ejes y y z:

$$f_{m,y,d} = k_{mod} \cdot \frac{k_{hy} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,90 \cdot \frac{11,28}{1,25} = 22,18 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{hy} = \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1} = \left(\frac{600}{198} \right)^{0,1} = 1,12 \leq 1,1 \longrightarrow k_h = 1,1$$

$$f_{m,z,d} = k_{mod} \cdot \frac{k_{hz} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,90 \cdot \frac{11,28}{1,25} = 22,18 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{hz} = \left(\frac{600}{120} \right)^{0,1} = \left(\frac{600}{120} \right)^{0,1} = 1,18 \leq 1,1 \longrightarrow k_h = 1,1$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{5,7}{22,18} + 0,7 \cdot \frac{4,166}{22,18} = 0,388 \leq 1$$

$$k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$0,7 \cdot \frac{5,7}{22,18} + \frac{4,166}{22,18} = 0,367 \leq 1$$

COMPRESIÓN INCLINADA RESPECTO A LA FIBRA EN EL APOYO DE VIGA

Comprobación a compresión inclinada respecto a la fibra según CTE (SE-M pg28)

$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha}$$

$\sigma_{c,\alpha,d}$: tensión de cálculo a compresión con dirección α respecto a la fibra

$f_{c,0,d}$: resistencia de cálculo a compresión paralela a la fibra

$f_{c,90,d}$: resistencia de cálculo a compresión perpendicular a la fibra

α : ángulo de inclinación de la fibra respecto a la dirección de la carga.

REACCIONES (Sin mayorar)

APOYO 0

HIPOT.	COMP. X (kN)	COMP. Y (kN)	MOMENTO (kN x m.)
1	0,000	+18,382	0,000
2	0,000	+14,992	0,000
3	0,000	+12,116	0,000
4	-0,967	-6,438	+0,000
5	-2,282	+3,829	+0,000
6	+0,000	-10,069	+0,000

APOYO 6

HIPOT.	COMP. X (kN)	COMP. Y (kN)	MOMENTO (kN x m.)
1	0,000	+18,382	+0,000
2	+0,000	+14,992	+0,000
3	+0,000	+12,116	0,000
4	+0,000	-6,046	+0,000
5	+0,000	+1,317	+0,000
6	0,000	-10,069	0,000

Para realizar la comprobación a compresión perpendicular a la fibra en el apoyo de la viga, tomamos el valor de las reacciones según el eje z para la combinación más desfavorable del programa ESTRUMAD. En este caso la combinación más desfavorable es la Combinación 2: $1,35 \cdot H1 + 1,5 \cdot H2 = 1,35 \cdot 18,382 + 1,5 \cdot 14,992 = 47,304$ kN

En esta comprobación se deducirá la longitud mínima del apoyo necesaria para evitar que la madera falle por compresión oblicua respecto a la fibra.

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{47.304}{185 \cdot a}$$

$$f_{c,0,d} = k_{mod} \frac{f_{c,0,g,k}}{\gamma_M} = 0,90 \frac{26,5}{1,25} = 19,08 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = k_{mod} \frac{f_{c,90,g,k}}{\gamma_M} = 0,90 \frac{3}{1,25} = 2,16 \text{ N/mm}^2$$

El apoyo deberá tener una longitud superior a 101 mm.

$$\frac{47.304}{185 \cdot a} \leq \frac{19,08}{\frac{19,08}{2,16} \cdot \text{sen}^2 66,08 + \text{cos}^2 66,08}$$

$$\frac{47.304}{185 \cdot a} \leq 2,53$$

$$a \geq 101 \text{ mm}$$